

# 確認実験における利得を考慮した条件設定に関する研究

## Study on Condition Setting Considering Gain in Confirmation Experiments

有限会社 増田技術事務所 増田 雪也

In the verification experiment for parameter design, the difference between the optimum condition and the comparison condition (gain) is checked for reproducibility, but the gain naturally differs depending on how the levels of these two conditions are selected. The author has long wondered, "If reproducibility is checked with different gains, will the same results (reproducibility) be obtained? The author has long wondered, "Can the same results (reproducibility) be obtained when checking reproducibility with different gains? In addition, the author has seen several cases in which the results were not the same when the level of the two conditions was selected differently. Therefore, in this study, we took a simulation case that can be easily tested as a subject and verified the reproducibility at various gains by changing the selection of the optimal condition and the level of the comparison condition. As a result, it became clear that the signal-to-noise ratio and sensitivity could not be strictly checked for reproducibility without conducting confirmation experiments under the optimum conditions and comparison conditions that resulted in the maximum gain, respectively.

### 1. はじめに

パラメータ設計における確認実験では、最適条件と比較条件の差（利得）について再現性のチェックを行うが、この2条件の水準の選び方によって、当然ながら利得が異なってくる。筆者は以前から「異なった利得で再現性をチェックした場合、同じ結果（利得の再現率）が得られるのだろうか？」と疑問を感じていた。また、実際にこの2条件の水準の選び方を変えた際、同じ結果にならない事例をいくつか目にした経験がある。

そこで本研究では、容易に実験可能なシミュレーション事例を題材として取り上げ、最適条件と比較条件の水準の選び方を様々に変え、様々な利得での再現性について検証をした。

その結果、SN比と感度はそれぞれ最大利得となる最適条件と比較条件で確認実験しなければ、厳密な再現性のチェックが出来ないことが明らかとなった。

### 2. パラメータ設計における確認実験の問題点

パラメータ設計では、直交表実験の後に必ず確認実験を行う。その理由は、作成した要因効果図の信頼性をチェックするためである。確認実験のやり方は、要因効果図を見ながら最適条件と比較条件を選び、その2条件で実際に実験をする。要因効果図から推定した利得（推定値）と、確認実験で実際に確認した利得（確認値）が一致すれば、「要因効果図の信頼性は高い」という解釈になる。制御因子間の交互作用が大きい場合は、利得の再現性が悪くなる。

Masuda Setsuya (info2qe@abox3.so-net.ne.jp)  
Masuda Engineering Consultant Office, Inc.

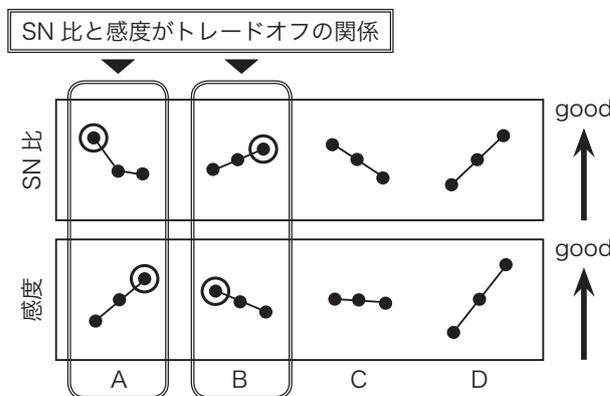
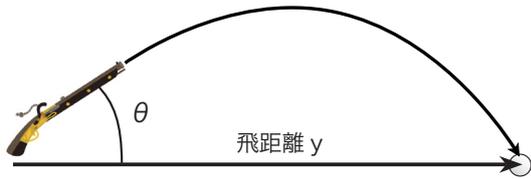


図1 SN比と感度の要因効果図  
(感度が高い方が理想の場合)

確認実験で最適条件を選ぶ際、（感度が高い方が理想の場合）図1の制御因子AおよびBのように、SN比と感度の傾向がトレードオフの関係になる。このようなケースでは、SN比と感度のどちらかを重視した最適条件を選ぶことになる。この場合、重視しなかった側（SN比または感度）は最適な水準になっていないため、利得が最大とならず、中途半端な利得での確認実験になってしまう。そこで本研究では、様々な利得で再現性をチェックすることで、中途半端な利得での確認実験のやり方に問題がないかを検証することにした。

### 3. 火縄銃の事例で検証

様々な利得での再現性をチェックするためには、容易に実験可能な事例で検証するのが得策である。そこで、品質工学の事例として古くから広く知られている「火縄銃の飛距離」の事例<sup>1)</sup>を取り上げることにした。



$$y = \frac{\left(\frac{F}{m}\right)^2 \sin 2\theta}{g}$$

仰角:  $\theta = 20\text{deg}$   
 打出力(火薬の量):  $F = 10\text{N}$   
 砲弾の質量:  $m = 0.21\text{kg}$   
 重力加速度:  $g = 9.807\text{m/s}^2$

図2 火縄銃の飛距離

表1 火縄銃の制御因子 (L9 直交表)

制御因子	水準		
	1	2	3
打出力 (N)	5	10	15
仰角 (deg)	5	15	25
砲弾の質量 (kg)	0.20	0.21	0.22
-	-	-	-

### 3.1 火縄銃の射撃条件のパラメータ設計

火縄銃の事例の開発目標は、「正確に標的に着弾させる」こととした。火縄銃の飛距離は、図2に示すように、4つの変数で構成される簡単な数式で求めることができる。重力加速度は定数なので、制御因子は表1に示すように3つとなる。よって、制御因子をL9直交表に割り付けることにした。

ノイズ(誤差因子)は、人間が火縄銃を構える際のブレを考慮し、仰角のバラツキ(±1deg)とした。

図3に、L9直交表実験の結果として得られた要因効果図を示す。

SN比の要因効果は、制御因子B「仰角」以外は完全にフラット(どの水準でも全く同じ値)な傾向になっている。割り付け無しの項目Dの傾向も完全にフラットになっていることから、SN比における制御因子間の交互作用はゼロであると推測できる。

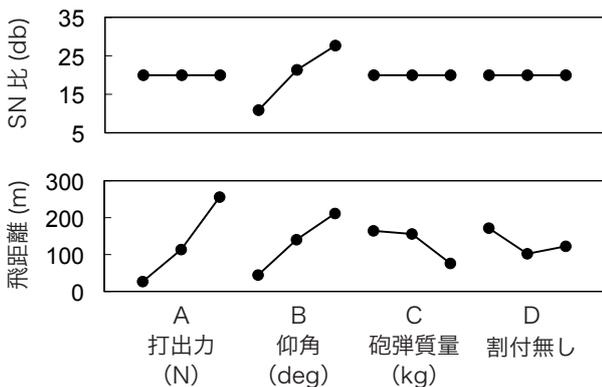


図3 火縄銃の要因効果図

飛距離(本事例は望目特性なので、感度(db)ではなく、単純に飛距離(m)として表現する)の要因効果は、SN比の傾向とは異なっており、3つの制御因子による効果が現れている。なお、割り付け無しの項目Dの傾向がフラットではないことから、飛距離における制御因子間の交互作用は、ある程度存在すると推測できる。

### 3.2 火縄銃での確認実験

品質工学では、確認実験においてSN比と感度がトレードオフの関係になった場合は、SN比と感度のどちらかを重視して最適条件を選ぶことになる。本来ならば、「SN比と感度はそれぞれで最適条件と比較条件を選んで確認実験すべき」と筆者は考えるが、品質工学では実験の効率を考慮して、どちらかを重視した最適条件を選んでいる。火縄銃の事例においては、(トレードオフか否かというよりは)単にSN比を重視して「SN比が高い」水準を最適条件とした場合と、飛距離を重視して「飛距離が高い」水準を最適条件とした場合で、利得の再現率(※以後、単に「再現率」を呼称する)を検証してみることにした。

最初に、SN比を重視して「SN比が高い」水準を最適条件とした場合について述べる。

図4の左に示すように、SN比が高くなる最適条件の水準値は、制御因子A「打出力」の第2水準(以後【A2】と呼称する)、制御因子B「仰角」は【B3】、制御因子C「砲弾質量」は【C2】を選んだ。

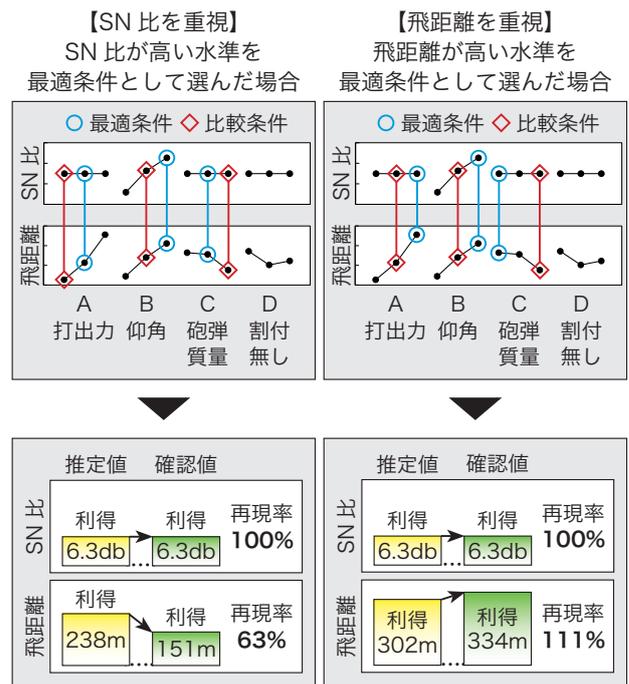


図4 火縄銃の確認実験の結果

比較条件については、品質工学では通常、中位の水準値を選ぶので、【A1,B2,C3】を選んだ。

なお、制御因子Aと制御因子Cについては、SN比の傾向が完全にフラットになっているため、適宜に最適条件と比較条件を選んでいる。

確認実験の結果は、SN比の再現率=100%、飛距離の再現率=63%となった。

次に、図4の右に示す飛距離を重視して「飛距離が高い」水準を最適条件とした場合について述べる。飛距離が高くなる最適条件の水準値は【A3,B3,C1】を選び、比較条件については【A2,B2,C3】を選んだ。

確認実験の結果は、飛距離の再現率=100%、飛距離の再現率=111%となった。

以上の結果から、「SN比を重視した」場合と「飛距離を重視した」場合の再現率を比較すると、SN比については全く同じ結果(100%と100%)となった。この理由は、制御因子間の交互作用が全く無いからだと考えられる。

一方、飛距離については異なる結果(63%と111%)となった。飛距離の再現率が異なる結果となったのは、最適条件と比較条件の選び方(利得の違い)によって結果が異なってくることを示唆している。そこで、どのような選び方をしたら、どのような利得の再現率になるかについて検証するために、総当たりで確認実験することにした。

### 3.3 様々な利得での再現性の確認

確認実験の2条件の組合せを総当たりで実験(シミュレーション)し、その再現率をチェックする。

$$\begin{matrix} \text{打出力} \\ \hline 5\text{N} \\ 10\text{N} \\ 15\text{N} \end{matrix} \times \begin{matrix} \text{仰角} \\ \hline 5\text{deg} \\ 15\text{deg} \\ 25\text{deg} \end{matrix} \times \begin{matrix} \text{砲弾の質量} \\ \hline 0.20\text{kg} \\ 0.21\text{kg} \\ 0.22\text{kg} \end{matrix} = 27 \text{通り}$$

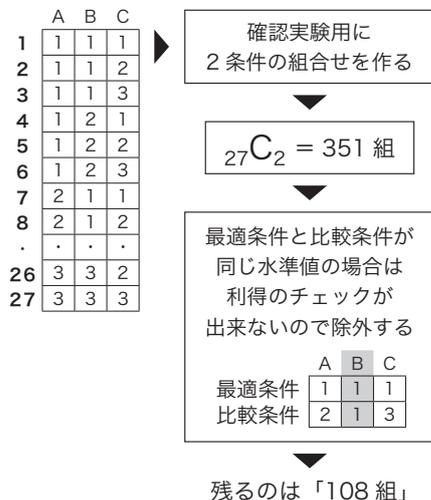


図5 確認実験の組合せ

組合せ No.1 A B C 1 1 1 2 2 2	組合せ No.2 A B C 1 1 1 2 2 3	組合せ No.3 A B C 1 1 1 2 3 2	組合せ No.4 A B C 1 1 1 2 3 3
組合せ No.5 A B C 1 1 1 3 2 2	組合せ No.6 A B C 1 1 1 3 2 3	組合せ No.7 A B C 1 1 1 3 3 2	組合せ No.8 A B C 1 1 1 3 3 3
...	...	...	...
組合せ No.9 A B C 1 1 2 2 2 1	組合せ No.10 A B C 1 1 2 2 2 3	組合せ No.11 A B C 1 1 2 2 3 1	組合せ No.12 A B C 1 1 2 2 3 3
...	...	...	...
組合せ No.106 A B C 2 3 3 3 1 2	組合せ No.107 A B C 2 3 3 3 2 1	組合せ No.108 A B C 2 3 3 3 2 2	

図6 確認実験の組合せ(抜粋)

先ほどの確認実験では、SN比を重視した最適条件【A2,B3,C2】と比較条件【A1,B2,C3】、飛距離を重視した最適条件【A3,B3,C1】と比較条件【A2,B2,C3】で検証したが、それ以外の2条件の組合せは多数存在する。

今回の火縄銃の制御因子は3つ(各3水準)なので、図5に示すように、条件の組合せとしては、 $3 \times 3 \times 3 = 27$ 通りある。27通りの組合せから、確認実験用に2条件の組合せを作ると、 ${}_{27}C_2 = 351$ 組となる。なお、最適条件と比較条件が同じ水準値になる組合せでは利得の検証が出来ないため、そのような組合せは除外すると、残るのは108組となる。

図6に108組の組合せの抜粋を示す。この全108組の組合せで確認実験した結果を次で述べる。

#### 3.3.1 SN比での利得の再現率の確認

図7に108組で確認実験した結果の代表例として、組合せNo.78とNo.73の結果を示す。

組合せNo.78ではSN比の推定値=6.3dbに対して確認値=6.3dbとなり、再現率=100%となった。

組合せNo.73ではSN比の推定値=16.8dbに対して確認値=16.8dbとなり、再現率=100%となった。なお、組合せNo.73の利得=16.8dbは、全108組中の最大利得となっている。

<p>組合せ No.78</p> <table border="1"> <tr><td>A</td><td>B</td><td>C</td></tr> <tr><td>3</td><td>3</td><td>1</td></tr> <tr><td>2</td><td>2</td><td>2</td></tr> </table> <p>推定値 確認値</p> <table border="1"> <tr><td>利得</td><td>利得</td><td>再現率</td></tr> <tr><td>6.3db</td><td>6.3db</td><td>100%</td></tr> </table> <p>比率 [37.6]</p>	A	B	C	3	3	1	2	2	2	利得	利得	再現率	6.3db	6.3db	100%	<p>組合せ No.73</p> <table border="1"> <tr><td>A</td><td>B</td><td>C</td></tr> <tr><td>3</td><td>3</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>3</td></tr> </table> <p>推定値 確認値</p> <table border="1"> <tr><td>利得</td><td>利得</td><td>再現率</td></tr> <tr><td>16.8 db</td><td>16.8 db</td><td>100%</td></tr> </table> <p>比率 [100]</p>	A	B	C	3	3	1	1	1	3	利得	利得	再現率	16.8 db	16.8 db	100%
A	B	C																													
3	3	1																													
2	2	2																													
利得	利得	再現率																													
6.3db	6.3db	100%																													
A	B	C																													
3	3	1																													
1	1	3																													
利得	利得	再現率																													
16.8 db	16.8 db	100%																													

図7 確認実験の組合せ No.78 および No.73【SN比】

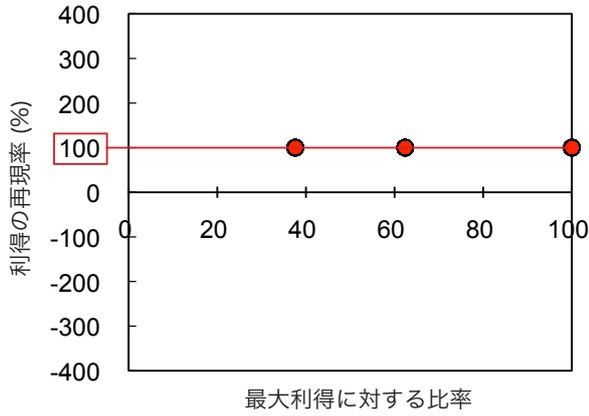


図8 最大利得に対する比率と再現率の関係【SN比】

図8にSN比の全108組の結果を示す。縦軸は利得の再現率である。横軸は、最大利得に対する比率で表現している。つまり、SN比の利得が最大となる16.8dbの時、比率[100]となる。組合せNo.78の利得=-6.3dbは、比率で表すと[37.6]となる。

全108個の結果がプロットされているのだが、一見すると3つのプロットしかないように見えるのは、全プロットがこの3つのいずれかに重なっているからである。SN比の108組の結果は、どの利得であっても再現率=100%となった。これは、制御因子間の交互作用が全く無いからだと考えられる。

### 3.3.2 飛距離での利得の再現率の確認

図9に、組合せNo.78とNo.73の飛距離の結果を示す。

組合せNo.78では、飛距離の推定値=222mに対して、確認値=324mとなり、再現率=146%となった。

組合せNo.73では、飛距離の推定値=484mに対して、確認値=430mとなり、飛距離の再現率=89%となった。なお、組合せNo.73は全108組中の最大利得となっている。

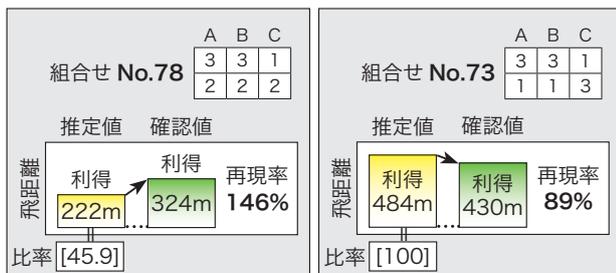


図9 確認実験の組合せNo.78およびNo.73【飛距離】

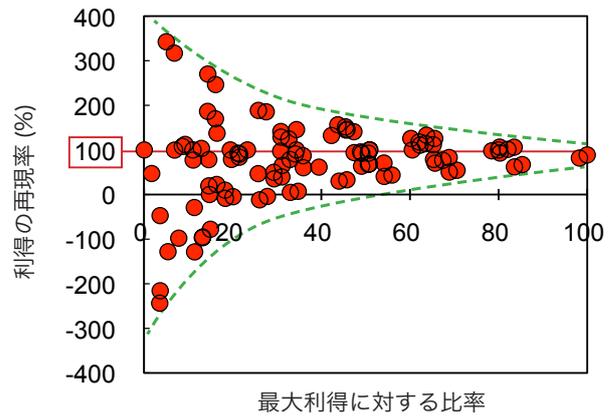


図10 最大利得に対する比率と再現率の関係【飛距離】

図10に飛距離の全108組の結果を示す。縦軸は利得の再現率である。横軸は、最大利得に対する比率で表現している。つまり、飛距離の利得が最大となる484mの時、比率[100]となる。

飛距離の108組の結果は、最大利得に対する比率によって大きく異なっている。最大利得に対する比率が小さくなるほど、再現率は大きくばらついていくことが分かる。スケールアウトしてプロットされていないが、最大利得に対する比率[1.5]で再現率=920%、最大利得に対する比率[1.8]で再現率=-695%という結果も現れていた。これらの結果から、当初予想していたように、「利得が異なると利得の再現率が異なる」ことが明らかとなった。

図11は、図10の縦軸を拡大したものである。最大利得に対する比率[100]（飛距離=484m）の時、再現率=89%となっている。よって、真の再現率は恐らく89%と考えられる。

以上の結果から、「確認実験は、SN比と感度のそれぞれで利得が最大となる最適条件と比較条件の組合せで実施すべきである」という結論に至った。

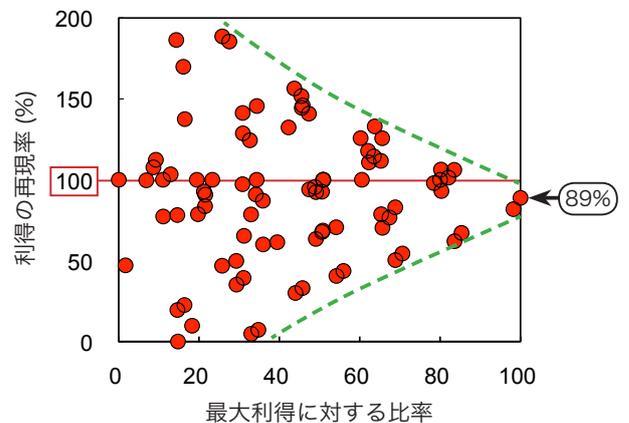


図11 最大利得に対する比率と再現率の関係【飛距離】  
(図10の縦軸を拡大)

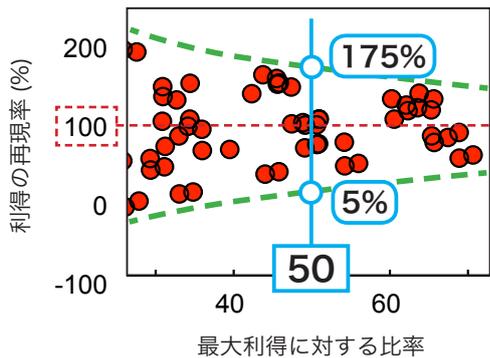


図 12 最大利得に対する比率 [50] でのバラツキ【飛距離】

### 3.3.3 比較条件に中位の条件を選択する場合

図 12 に示すように、最大利得に対する比率 [50] では、再現率は 5%～175% までバラついており、真の再現率 (89%) と比較すると、「これ程までにバラつくのか」と驚きの結果となった。これらのバラツキは、「組合せ次第」で発生するものである。「組合せ次第」とは、図 13 に示すように、例えば、最適条件を【C1】にするか、それとも【C2】にするかで、「利得はほぼ同じであるにも関わらず、利得の再現率がバラつく」という意味である。

品質工学の確認実験においては、比較条件は「中位の条件」で選ぶ場合が多いと思われるが、その際の利得を最大利得に対する比率 [50] 付近と考えると、再現率が 5%～175% までバラついていることになる。よって、比較条件を中位の条件で選ぶことは、再現性のチェックには不適切な選び方だということになる。筆者は品質工学のインストラクションを生業としているが、『比較条件は中位の条件で選びましょう』と長きに渡り初心者セミナーで紹介してきたことに対して、遺憾であると言わざるを得ない。

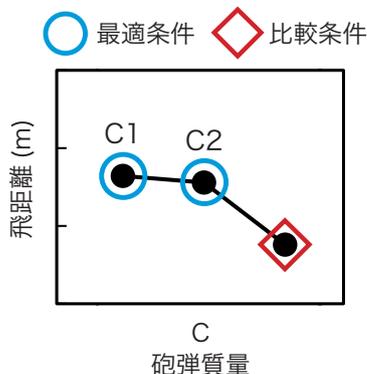


図 13 「組合せ次第」の意味

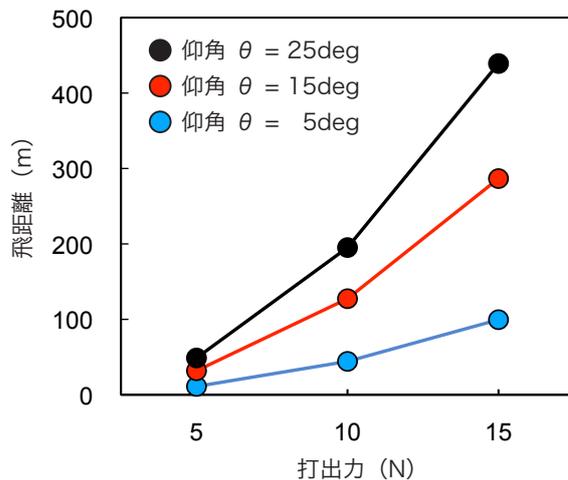


図 14 「打出力」と「飛距離」の交互作用

## 4. 交互作用の大小による利得の再現率の違い

今回の火縄銃の事例では、図 10 に示したように、最大利得に対する比率と利得の再現率のバラツキの関係はラッパ状の形になった。では、交互作用の大小によって、この再現率のバラツキはどう変わるのだろうか？この点について追加で検討してみることにした。

### 4.1 交互作用の大小を制御する方法

交互作用の大小を意図的にコントロールするのは難しそうであるが、ある方法で容易にシミュレーションできる。例えば、制御因子 A と B の間の交互作用は、どちらかの制御因子の振幅を 0 にすれば交互作用は 0 になる。よって、制御因子の振幅を徐々に狭くしていけば、交互作用は徐々に小さくなる。

今回取り上げた火縄銃のシミュレーションにおいては、図 14 に示すように、制御因子 A 「打出力」と制御因子 B 「仰角」の間には交互作用が存在する。そこで、制御因子 B 「仰角」を L9 直交表に割り付ける際、図 15 に示すように水準の振幅を狭くすることで、交互作用も小さくなるようにした。

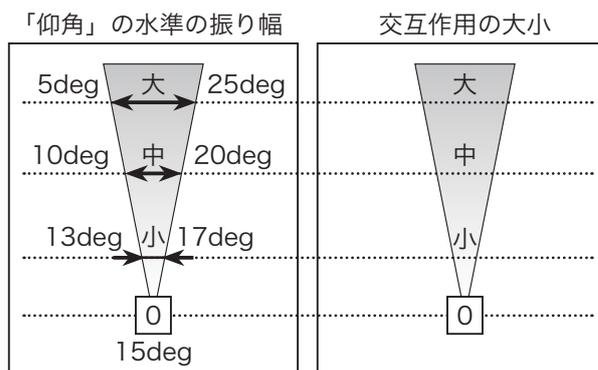


図 15 「仰角」の水準の振り幅と交互作用の大小の関係

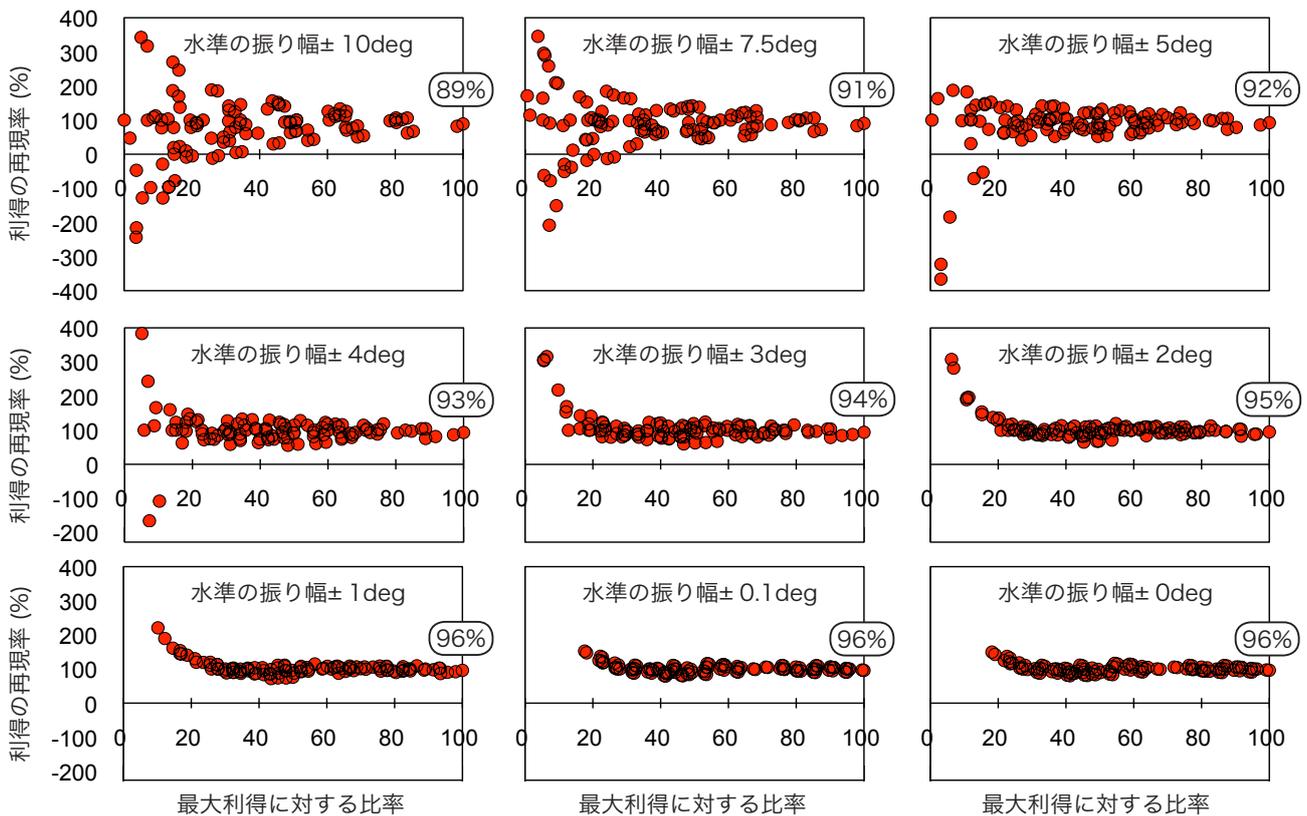


図 16 利得の再現率に対する交互作用の大小の影響

#### 4.2 交互作用の大小による利得の再現率の結果

図 16 に、制御因子 B「仰角」の振り幅を  $\pm 0\text{deg}$   $\sim \pm 10\text{deg}$  まで変化させた場合の最大利得に対する比率と利得の再現率の関係を示す。交互作用が小さくなるほど、再現率のパラツキが小さくなっていくことが分かる。

グラフ右に示す数値は、最大利得に対する比率 [100] の時の再現率である。交互作用が小さくなるほど、再現率が 100% に近づいている。

なお、振り幅が  $\pm 0\text{deg}$  (つまり交互作用が 0) で再現率 = 100% ぴったりにならないのは、制御因子 A「打出力」と制御因子 C「砲弾の質量」の間にも僅かに交互作用が存在するからである。

振り幅が  $\pm 0\text{deg}$  において、最大利得に対する比率が [30]  $\sim$  [100] では、再現率が 100% 近くとなっている。これを見ると、「交互作用が小さければ、最大利得に対する比率は [30] 以上であれば、再現性のチェックには問題無い」と思われるだろうが、それは間違いである。なぜなら、確認実験をやる前に交互作用の大小は不明だからである。従って、交互作用の大小によらず、最大利得で確認実験する必要がある。

#### 5. さいごに

容易に実験可能なシミュレーション事例を題材として取り上げ、最適条件と比較条件の選び方を様々に変え、様々な利得での再現性をチェックした。その結果、SN 比と感度は、それぞれ最大利得となる最適条件と比較条件で確認実験しなければ、厳密な再現性のチェックが出来ないことが明らかとなった。

本研究では、従来から紹介されてきた「パラメータ設計 (確認実験) のやり方」に対して問題点を明らかにすることができた。もしかすると従来のやり方には、この他にも問題点が存在するかもしれない。よって、品質工学の紹介 / 普及に携わる者は、従来のやり方に執着 / 妄信せず、疑問を感じた時点で研究 / 検証することが責務である。

#### 謝辞

本研究について、様々なアドバイスをいただいた長野県品質工学研究会のメンバーに感謝の意を表す。

#### 参考文献



- 1) 増田雪也：火縄銃の物語「品質工学と従来手法との相違点」, Youtube 動画 (<https://youtu.be/2ZmWuG1hF4c>), チャンネル名 [もっといひ品質工学], 2021