



非線形成分を考慮した MT 法（多次元非線形 MT 法）の研究

Study of MT-Method to mitigate Non-linear Phenomena(Multidimensional Non-linear MT-Method)

有限会社 増田技術事務所 増田 雪也

1. はじめに

MT 法は、「機械学習」の中の「分類問題」を扱う AI 手法である。近年急速に普及が進み、ロケットの打ち上げ判断アルゴリズム¹⁾の AI として採用されるなど、様々な分野での実績が多く報告されている。

分類問題を扱う同様な手法に「ディープラーニング」があるが、「膨大なデータ数」と「潤沢な CPU パワー」が必要となり、気軽に活用できる手法ではない。技術者が直面する分類問題では、データが豊富にあるケースは少なく、また、CPU パワーも潤沢に使用できるとは限らないため、ディープラーニングより MT 法の方が活用場面が多いと考えられる。

MT 法の特徴は、項目（特徴量）のパターンを相関行列で特徴化し、マハラノビスの距離を求めることである。しかし、相関行列を作成する際、「項目間に非線形成分が存在すると、判別精度が悪化する」という問題点がある。

以前報告した「非線形成分を考慮した T 法の研究」²⁾³⁾での非線形成分を補正する方法を流用し、前報「非線形成分を考慮した MT 法（2次元非線形 MT 法）の研究」⁴⁾では 2 項目間（2次元）の非線形成分を補正する MT 法（2次元非線形 MT 法）を検討した。

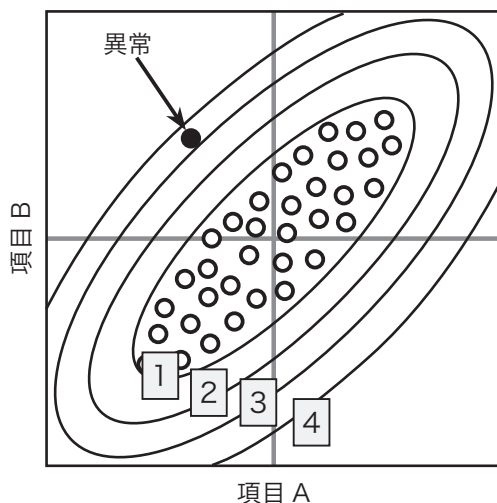


図1 マハラノビスの距離

従来の MT 法ではこの異常は判別が困難

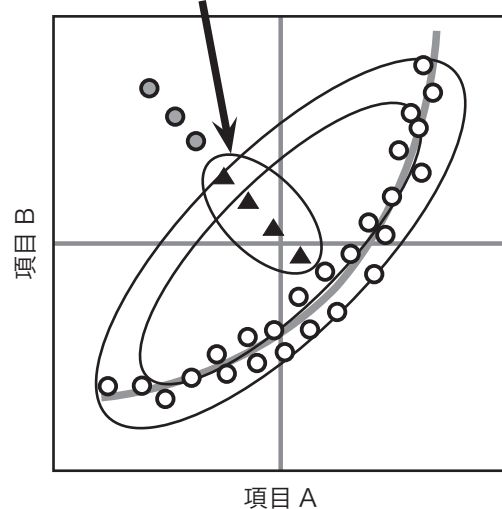


図2 項目間の非線形成分

本研究では、2次元非線形 MT 法の考え方を拡張し、多項目間（多次元）の非線形成分を補正する MT 法（多次元非線形 MT 法）を検討した。その結果、従来の MT 法に比べ、判別精度を大幅に向上させることができた。

2. 従来の MT 法の問題点

MT 法は、図1に示すように、正常品（単位データ）の項目間の分布からマハラノビスの距離（以後、

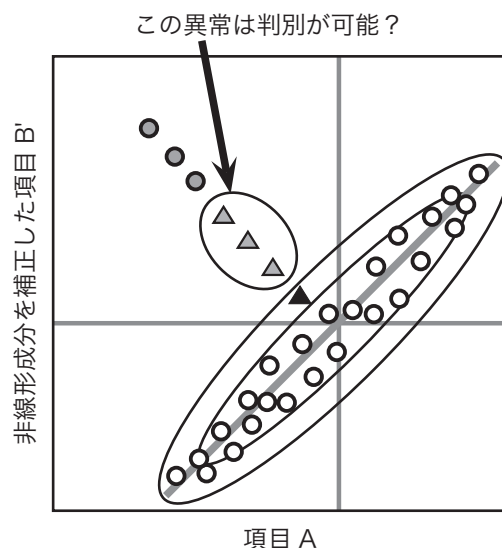


図3 項目間の非線形成分を補正する

表1 手順を説明するための数値データ

項目 A	2.69	4.62	8.85	12.88	14.62	23.46
項目 B	13.46	18.65	14.42	20.38	24.23	26.73

表2 数値データ (補正した項目 B')

項目 A	2.69	4.62	8.85	12.88	14.62	23.46
補正した項目 B'	B ₁ '	B ₂ '	B ₃ '	B ₄ '	B ₅ '	B ₆ '

表3 数値データ (項目値を2乗)

項目 A	2.69	4.62	8.85	12.88	14.62	23.46
項目 B	13.46	18.65	14.42	20.38	24.23	26.73
項目 B ²	181.21	347.97	208.03	415.53	587.13	714.53

表4 数値データ (補正して求めた項目 B')

項目 A	2.69	4.62	8.85	12.88	14.62	23.46
項目 B	13.46	18.65	14.42	20.38	24.23	26.73
補正した項目 B'	5.27	7.68	5.29	9.74	16.53	22.60

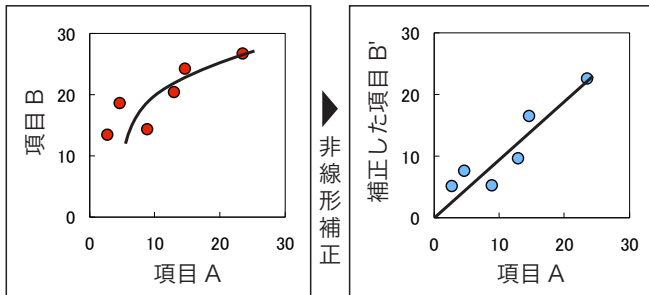


図4 非線形成分を補正する数値モデル

MD 値と呼称する) を算出する。項目間の分布は、非線形成分が無いことを前提としているため、図2に示すように、項目間に非線形成分が存在すると、▲で示す異常品のMD値は小さな値となり、【正常品】であると誤判別されてしまう。これが従来のMT法の問題点である。

そこで本研究では、項目間の分布におけるこの非線形成分を図3に示すように補正できれば、MT法の判別精度を向上させることができると考えた。次に、この非線形成分を補正する方法を述べる。

3. 非線形成分を考慮したMT法

「非線形成分が強い場合、判別精度が下がる」というMT法の問題点を解決するために、「非線形成分を考慮したT法の研究」^{2),3)}で報告した非線形成分を補正する方法を用いた。

3.1 非線形補正の手順

本研究で用いた非線形補正の手順は、以下の通りである。

- 1) 項目 A と項目 B を 2 次の多項式で近似する
- 2) 近似した多項式を用いて補正した項目 B' を求める

表1の数値データを用いて、非線形補正する手順を具体的に説明する。「非線形補正する」とは、表2に示すように「補正した項目 B' を求める」ことである。非線形補正のイメージをグラフにプロットすると、図4のようになる。ばらつき成分はそのまま、

非線形成分のみを補正するのである。

手順1) 「項目 A と項目 B を 2 次の多項式で近似する」について述べる。まずは表3に示すように、項目 B の 2 乗の値 B² を求める。次に MS-Excel の「LINEST」関数を用いて、項目 A の多項式を求めると、

$$A = 0.104B^2 - 2.877B + 25.141$$

となる。

この多項式が、図4の左のグラフ上にある近似曲線である。

次に手順2) 「近似した多項式を用いて補正した項目 B' を求める」について述べる。

■補正した項目 B₁' の求め方

先ほど求めた多項式に「項目 B₁=13.46」を代入する。

$$\begin{aligned} A &= 0.104B_1^2 - 2.877B_1 + 25.141 \\ &= 0.104 \times 13.46^2 - 2.877 \times 13.46 + 25.141 \\ &= 5.27 \end{aligned}$$

ここで求めた A の値を補正した項目 B₁' とする。つまり、

$$B_1' = A$$

よって、

$$B_1' = 5.27$$

となる。

■補正した項目 B₂' の求め方

補正した項目 B₂' も同様に求める。先ほど求めた多項式に「項目 B₂=18.65」を代入する。

$$\begin{aligned} A &= 0.104B_2^2 - 2.877B_2 + 25.141 \\ &= 0.104 \times 18.65^2 - 2.877 \times 18.65 + 25.141 \\ &= 7.68 \end{aligned}$$

ここで求めた A の値を補正した項目 B₂' とする。つまり、

$$B_2' = A$$

よって、

$$B_2' = 7.68$$

となる。

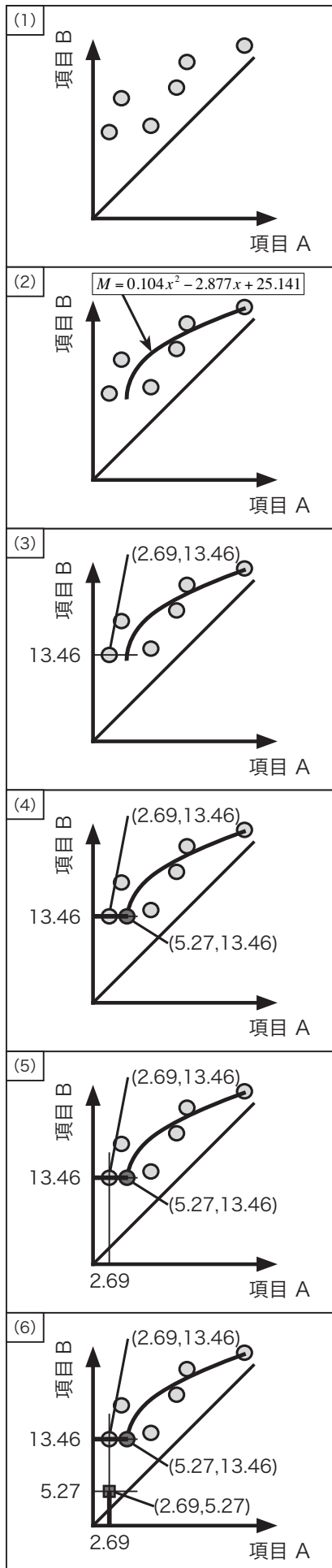


図5 【図解】非線形成分を補正する手順

このようにして、 $B_1' \sim B_6'$ まで求めると、表4のようになり、図4のイメージで示した補正となる。

3.2 非線形補正の手順【図解】

非線形補正する手順をより分かりやすくイメージできるように、手順の図解を図5に示す。

- (1) 表1で示したデータをプロットする。
- (2) MS-Excelの「LINEST」関数を用いて多項式を求める。
- (3) $(A_1, B_1) = (2.69, 13.46)$ についての補正值 B_1' をこれから求めることにする。まずは $B = 13.46$ の位置に水平にラインを描く。
- (4) 「 $B = 13.46$ のライン」と「先ほど求めた多項式」との交点座標を求めると $(5.27, 13.46)$ となる。
- (5) $A = 2.69$ の位置に垂直にラインを描く。
- (6) $A = 2.69$ のライン上の $B = 5.27$ の座標 $(2.69, 5.27)$ が補正した項目 B_1' となる。

以上のような図解の手順で $B_1' \sim B_6'$ を求めていく。

3.3 マハラノビスの距離を算出する手順

多次元非線形MT法では、項目の数に応じたMD値を求める。図6に示すように、k項目の場合はkセットのMD値を求める。本報では3項目の事例で説明するので、3セットのMD値を求めることになる。以下に各セットの説明をする。

図7にセット1の内容を示す。項目Aを横軸に、項目Bを縦軸にプロットし、「3.1 非線形補正の手

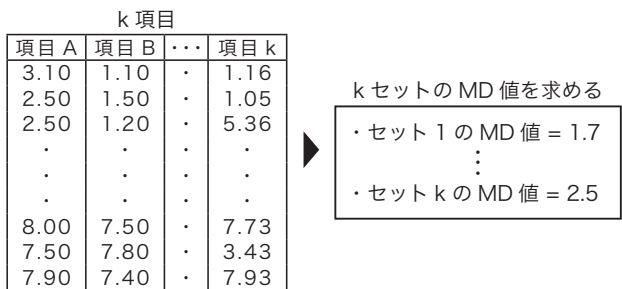


図6 kセットのマハラノビスの距離

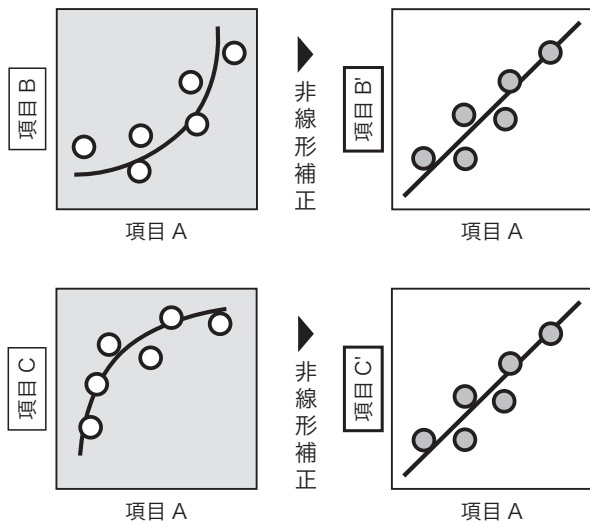


図7 セット1:

【項目Aに対して項目Bと項目Cを非線形補正する】

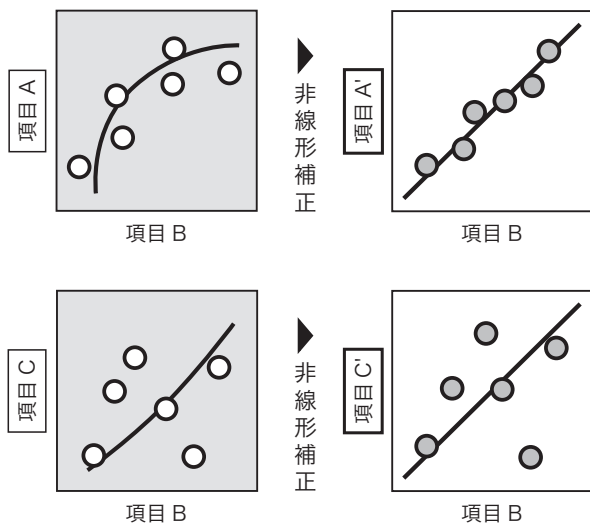


図8 セット2:

【項目Bに対して項目Aと項目Cを非線形補正する】

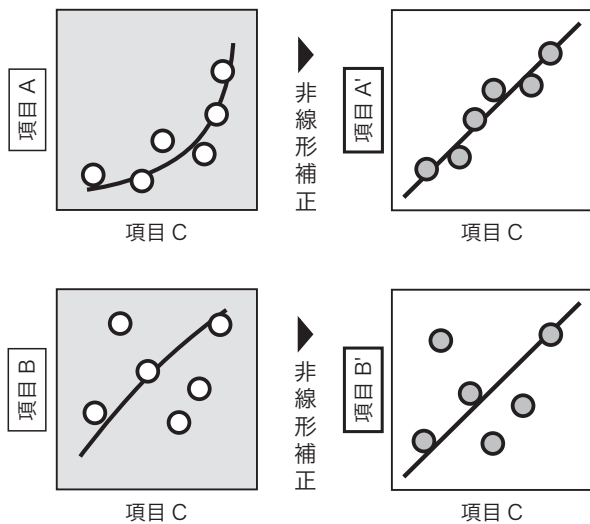


図9 セット3:

【項目Cに対して項目Aと項目Bを非線形補正する】

順」に従って項目Bを非線形補正する。非線形補正した項目Bを項目B'とする。次に、項目Aを横軸に、項目Cを縦軸にプロットし、同様に非線形補正する。

図8にセット2の内容を示す。項目Bを横軸に、項目Aを縦軸にプロットし、セット1と同様に非線形補正する。次に、項目Bを横軸に、項目Cを縦軸にプロットし、同様に非線形補正する。

図9にセット3の内容を示す。セット1およびセット2と同様にして、項目Cを横軸にプロットして非線形補正する。

このように、k個の項目を順番に横軸に置き、その他の項目を縦軸にプロットし、全ての組合せで非線形成分を補正していく。

次に、各セットでのMD値を算出する手順を示す。

図10は、セット1のMD値を求める手順である。先ほど非線形補正した項目Aと項目B'の組合せを規準化(平均値を引いて、標準偏差で除する)し、その組合せの相関係数を求めると $R=0.951$ となる。これを相関行列Rの該当位置に記入する。同様に先ほど非線形補正した項目Aと項目C'の組合せを規準化し、相関係数を求めると $R=0.351$ となる。これを相関行列Rの該当位置に記入する。最後に、先ほど非線形補正した項目B'と項目C'の組合せを規準化し、相関係数を求めると $R=0.349$ となる。これを相関行列Rの該当位置に記入する。すると、セット1(項目A・項目B'・項目C')での相関行列Rが出来上がり、その逆行列 R^{-1} を求める。

次に、信号データYのサンプルNo.26のMD値を求める手順を説明する。信号データYも同様に項目Bと項目Cを非線形補正し、項目B'と項目C'を求め、更に規準化する。この規準化したデータをMT法の数式に代入し、MD値を求めると、 $D^2=4.259$ となる。これがセット1でのMD値となる。

図11に、セット2でのMD値を求める手順を示す。セット1の同様の手順で、セット2(項目A'・項目B・項目C')での相関行列Rを求め、MD値を求めると、 $D^2=3.462$ となる。これがセット2でのMD値となる。

図12に、セット3でのMD値を求める手順を示す。途中の手順は省略するが、セット1および2と同様に、セット3(項目A'・項目B'・項目C)での相関行列Rを求め、MD値を求めると、 $D^2=0.830$ となる。これがセット3でのMD値となる。

以上の手順で、k項目の場合は、k個のセットの

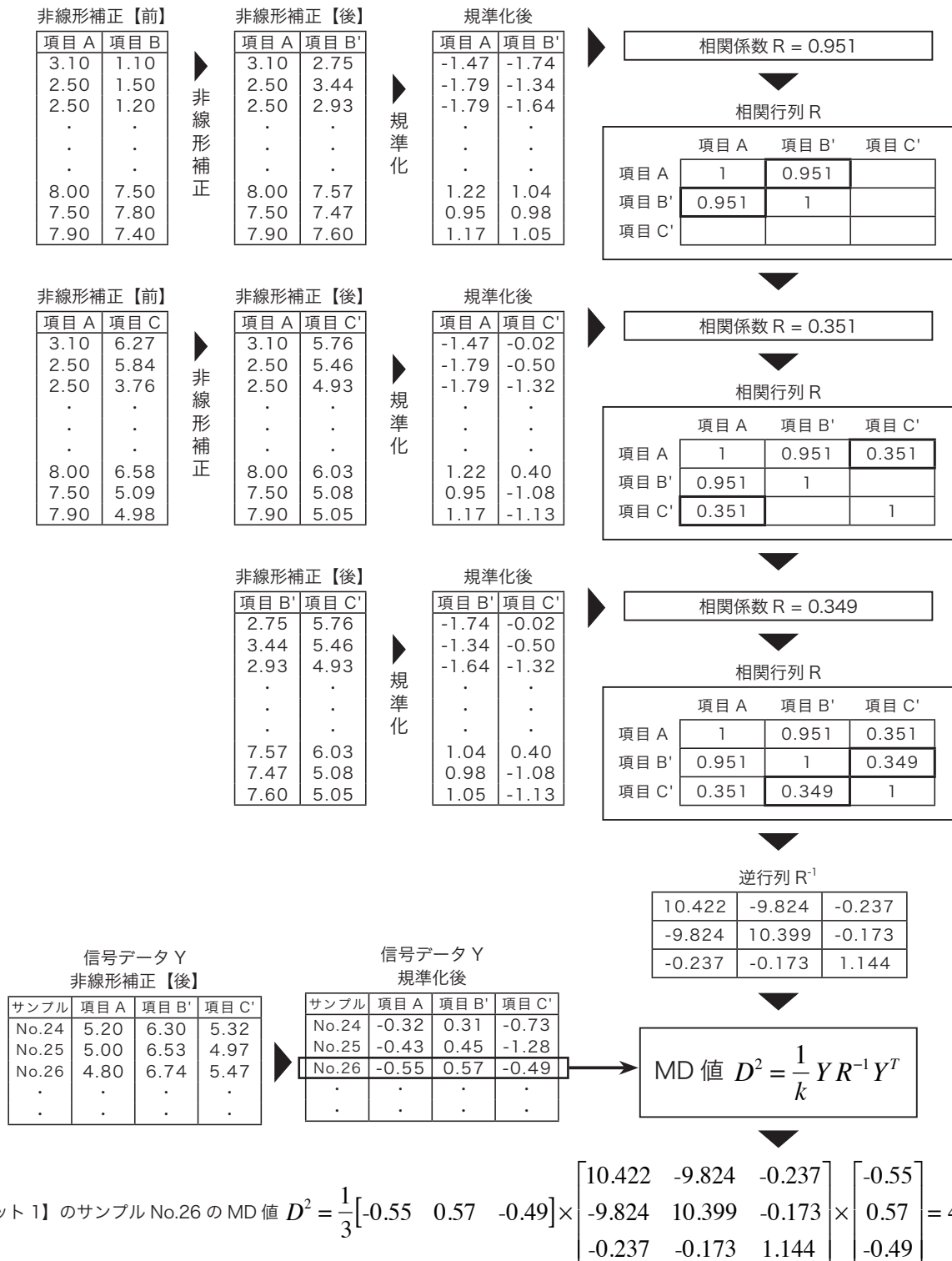


図 10 【セット 1】のマハラノビスの距離を求める手順

MD 値を求めていく。この k 個の MD 値の最大値を、そのサンプルの代表 MD 値とする。本報事例のサンプル No.26 の代表 MD 値は、セット 1 で求めた MD 値が最大値となり、代表 MD 値は 4.259 となる。代

表 MD 値の決め方は、この他に平均値、RMS、望大特性の SN 比などを試したが、最大値が最も判別精度が高かった。よって、最大値を採用することとした。

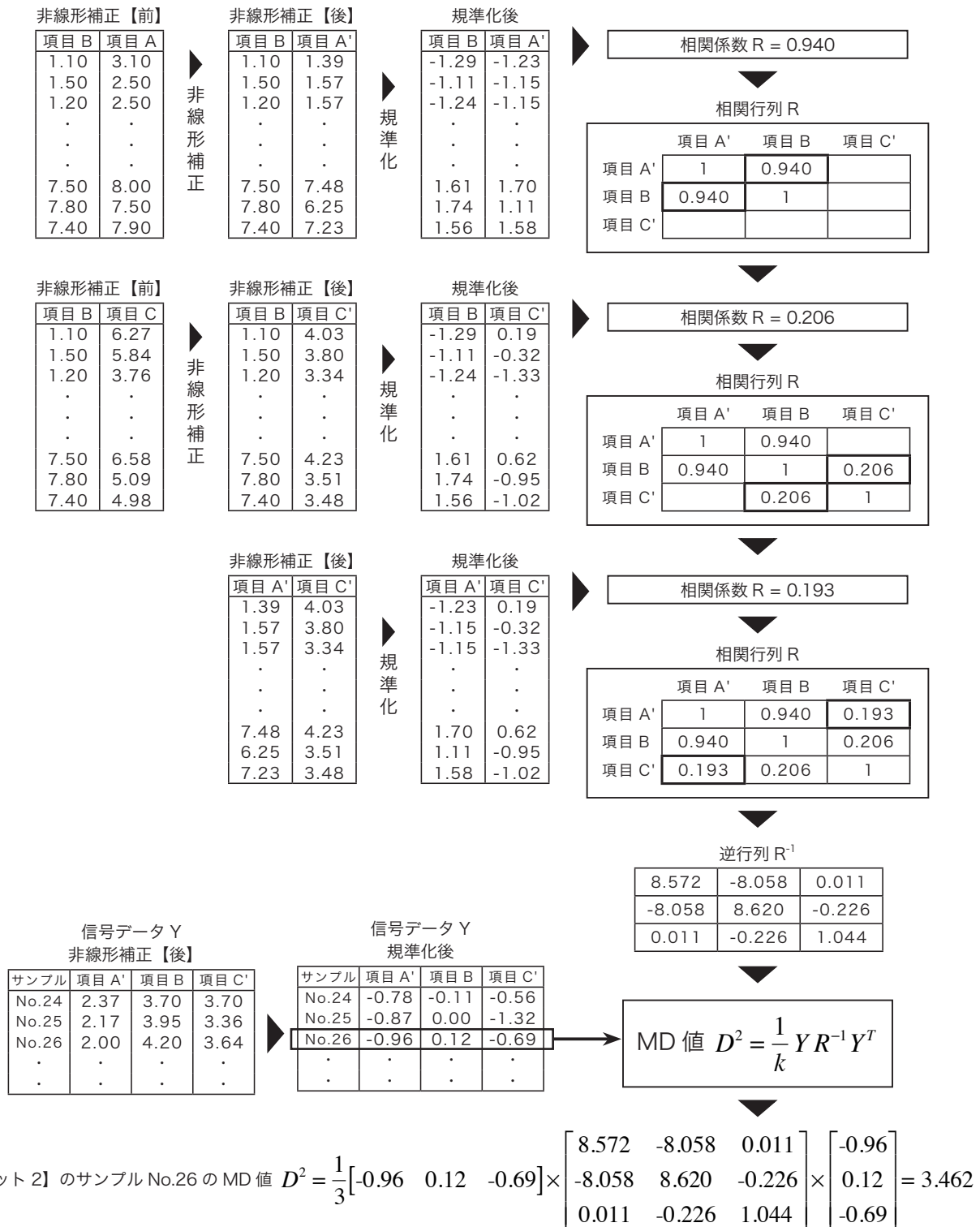


図 11 【セット2】のマハラノビスの距離を求める手順

4. 非線形成分を考慮した MT 法の事例

非線形成分を補正する有効性を検証するため、システム開発ソフトウェア「LabVIEW」を用いて専用解析ソフトを作成した。図 13 に専用解析ソフトの画面を示す。単位データおよび信号データは、CSV

形式のファイルで読み込み、MD 値を算出する。このソフトを使って実際の事例で解析した結果を以下に 2 つ紹介する。

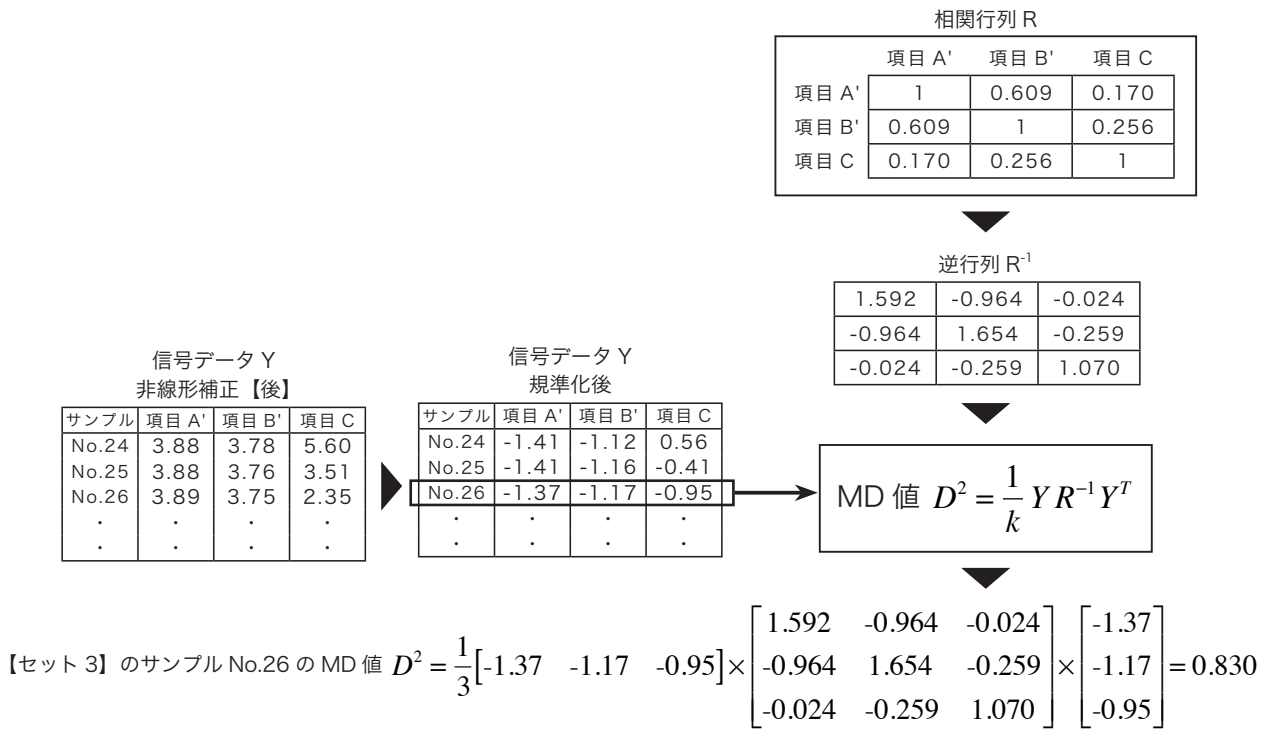


図 12 【セット 3】のマハラノビスの距離を求める手順

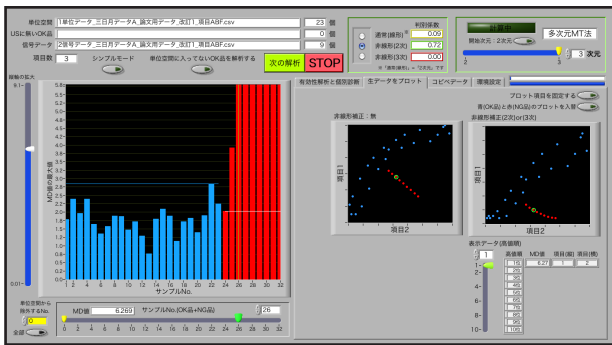


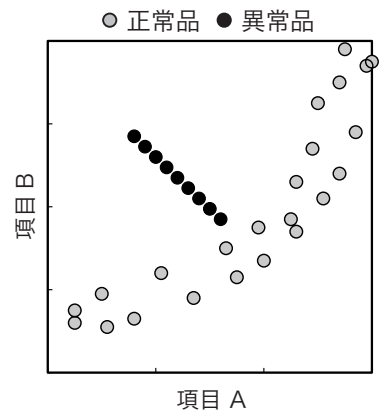
図 13 専用解析ソフト (LabVIEW によりプログラミング)

4.1 事例 1 「三日月データ」

事例 1 は、非線形補正の有効性を視覚的に分かりやすく検証するために、三日月型のダミーデータを作成した。図 14 に示すように、全 3 項目の内、項目 A と項目 B をプロットすると、正常品は三日月型の分布となるようなデータとした。異常品は、三日月型の円弧から法線方向に伸びるように分布させた。残りの項目 C は、ランダムなデータである。

図 15 に MD 値による全判別結果を示す。灰色の棒グラフは正常品、黒の棒グラフは異常品の MD 値を示している。非線形成分を補正した MT 法 (右) の方が判別精度が高いことがわかる。

図 16 に判別結果の詳細を示す。非線形補正をしない MT 法 (左) では、三日月型の分布の近くに位置している異常品 No.24 ~ 27 は、正常品の MD 値の max 値よりも MD 値が低く、判別不能となって



項目 A と B の関係において非線形成分を意図的に作り出した

項目 A	項目 B	項目 C
3.10	1.10	6.27
2.50	1.50	5.84
2.50	1.20	3.76
⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮
8.00	7.50	6.58
7.50	7.80	5.09
7.90	7.40	4.98

項目 C ~ F についてはランダムなデータとした

図 14 三日月データ

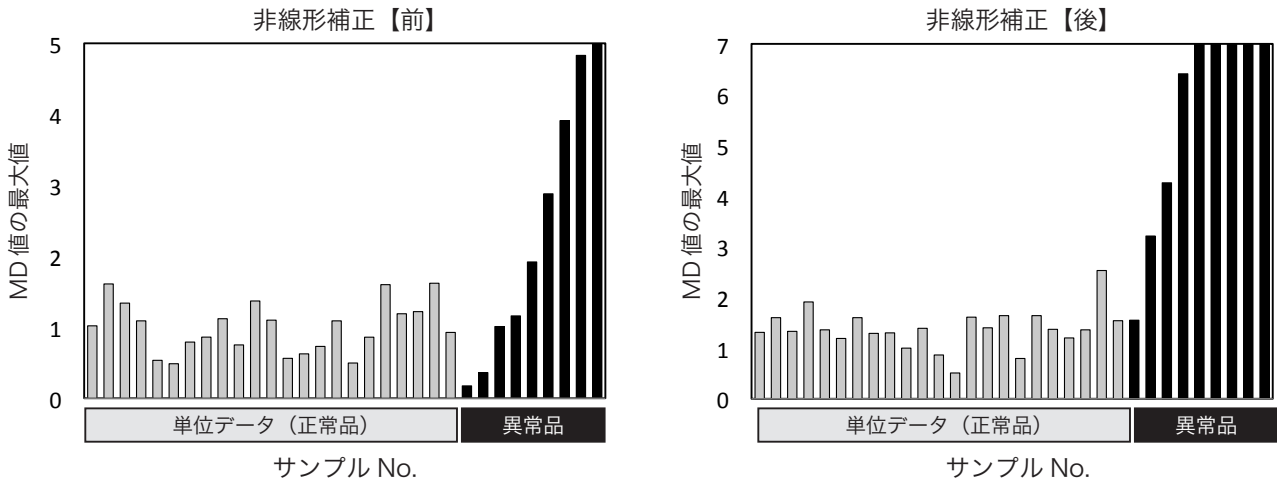


図15 「三日月データ」の判別結果

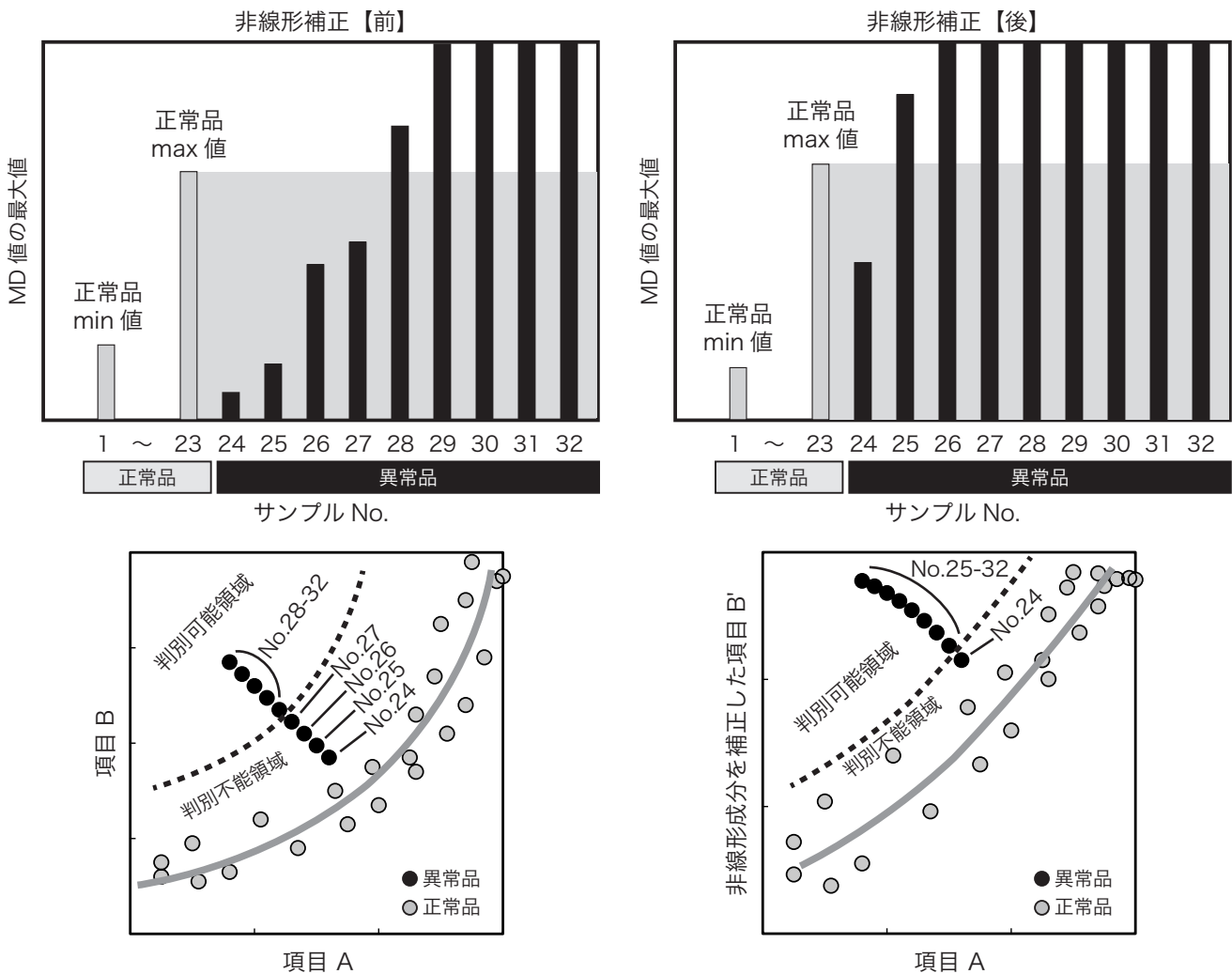


図16 三日月データの判別結果（詳細）

いる。異常品No.28でようやく判別可能領域となる。よって、異常品No.24～27の合計4個は判別不能という結果となった。

一方、非線形補正したMT法（右）では、三日月型の分布は非線形補正することで線形な分布に補正されており、正常品にもっとも近い異常品No.24は

判別不能であるが、異常品No.25以降では判別可能領域となっている。

以上まとめると、事例1「三日月データ」では、非線形成分を補正したことにより、判別精度を向上させることが可能となった。

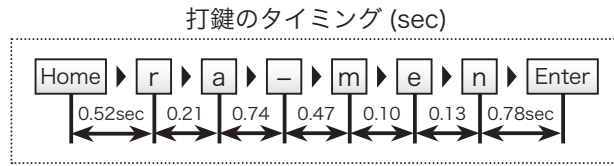


図 17 打鍵間隔の時間を項目に設定

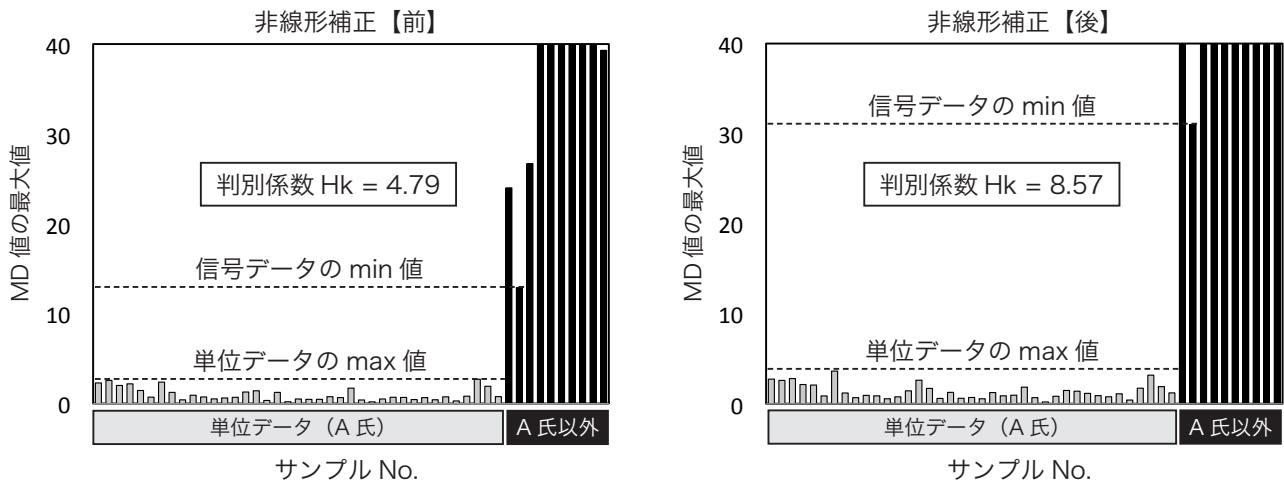


図 18 「キーボードの打鍵パターンから個人を判別したデータ」の判別結果

4.2 事例 2 「キーボードの打鍵パターンから個人を判別したデータ」

事例 2 は、QES2008（第 16 回品質工学研究発表大会）で発表した「MT システム教育用教材の開発」⁵⁾にて検討した事例を解析した。PC キーボードの打鍵タイミングから、個人を判別する事例である。図 17 に示すように、「Home・r・a・・・m・e・n・Enter」の打鍵間隔の時間を 7 つの項目に設定し、各個人のパターンを判別した事例である。図 18 に、A 氏を単位空間として、A 氏以外の打鍵を判別できるかを試した結果を示す。灰色の棒グラフは A 氏、黒の棒グラフは A 氏以外である。非線形補正しない MT 法（左）では、判別可能ではあるが、単位データ（A 氏）の max 値と信号データ（A 氏以外）の min 値の差は小さい。一方、非線形補正した MT 法（右）では、単位データ（A 氏）の max 値と信号データ（A 氏以外）の min 値の差が大きく、完全に判別が可能となっている。

「信号データの min 値」を「単位データの max 値」で除した「判別係数 Hk（1 以上であれば判別可）」で比較すると、非線形補正しない MT 法（左）では判別係数 Hk=4.79、非線形補正した MT 法（右）では Hk=8.57 となっており、非線形補正した方が判

別精度が高いと言える。

以上まとめると、事例 2 「キーボードの打鍵パターンから個人を判別したデータ」においても、非線形成分を補正したことにより、判別精度を向上させることができた。

5. その他の検討

5.1 原因診断のやり方

「多次元非線形 MT 法」の原因診断のやり方は、直交表を使用する従来の MT 法のやり方と同じである。直交表を使った原因診断は、「項目間に交互作用が存在すると正しい原因診断結果が得られない」という問題点があり、今回検討した「多次元非線形 MT 法」でも同様の問題点を有する。一方、前報「非線形成分を考慮した MT 法（2 次元非線形 MT 法）の研究」⁴⁾で紹介した原因診断では、全ての 2 項目間の組合せ（MD 値マトリクス）で原因診断を行うため、項目間に交互作用が存在しても信頼性の高い原因診断結果が得られるというメリットがある。詳細は弊社技報⁴⁾を参照されたい。

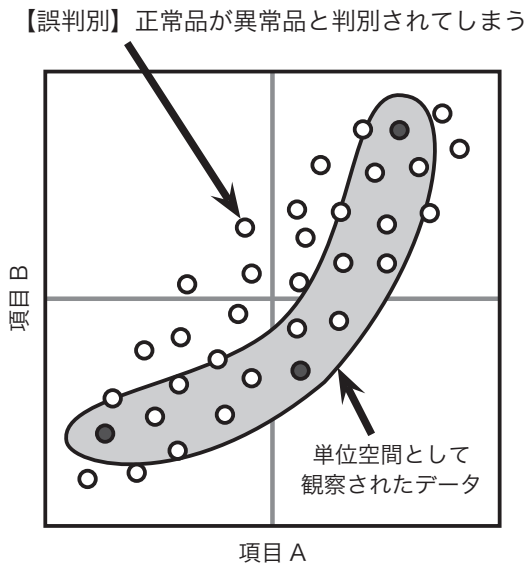


図 19 判別精度が悪化するケース

5.2 判別精度が悪化するケース

非線形成分が弱い場合は、非線形補正する効果は低く、この方法を導入するメリットは小さい。しかし、非線形成分が弱いケースに適用したとしても、判別精度が悪化することは無いため、どのような事例でも安心して非線形補正することができる。

ただし、図 19 に示すように、本来は非線形成分が小さい特性にも関わらず、観測されたデータが偶然にも非線形成分を持っていた場合は、逆に判別精度が悪化する。特にサンプル数が少ない場合（※図 19 の黒丸で示すように 3 点しかないような場合は）、非線形な特性が容易に現れ、判別精度を悪化させてしまう。そのような場合には、「非線形補正する」「非線形補正しない」の両方を試し、判別精度の高い方を単に採用すれば、判別精度の悪化を回避できる。

5.3 非線形補正することにより過学習になるケース

図 20 に示すように、実用上の判別精度を確認するためには、単位空間に入っていない正常品が「正常品である」と判別できなければならない。非線形補正することにより、単位空間に入っていない正常品が「正常品である」と判別できなくなるケースがある。これは非線形補正をすることにより、単位空間が過学習（オーバーフィッティング）な状態になっていることが原因と考えられる。過学習に対する対応策は、「単位空間のサンプル数を増やす」がまず第一であるが、それでも解決しない場合は、残念ながら「非線形補正しない」を選ばざるを得ない。

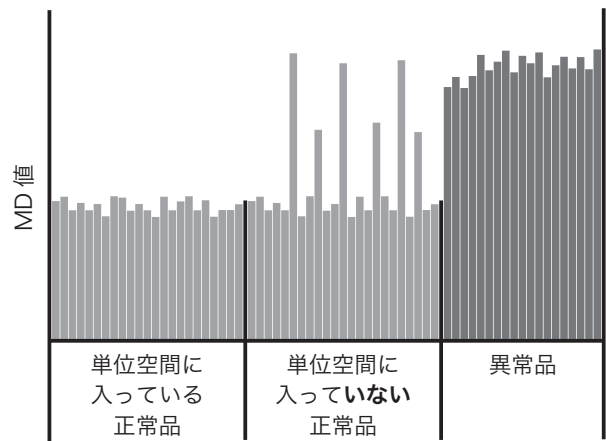


図 20 非線形補正することにより過学習になるケース

6. さいごに

今回の研究では、MT 法の判別精度を向上させるため、非線形成分を補正する方法を検討した。その結果、判別精度を向上させること可能となった。

謝辞

非線形 MT 法の閃きのきっかけ及び数式に関する有益な助言をいただいた日本電産サンキョー（株）の中西徹氏及び長野県品質工学研究会のメンバーに感謝の意を表す。

参考文献

- 1) 手島昌一：MT 法の特質と大規模機器監視への適用，標準化と品質管理，Vol.70, No.7, pp.16-18, 2017
- 2) 増田雪也：非線形成分を考慮した T 法の研究，第 17 回品質工学学会研究発表大会論文集，(2009), pp.422-425
- 3) 増田雪也：非線形成分を考慮した T 法の研究，増田技術事務所技報，Vol.1, 2008
(http://masudaqe.sakura.ne.jp/pdf/paper_QE_TMethod_nonlinear.pdf)
- 4) 増田雪也：非線形成分を考慮した MT 法（2次元非線形 MT 法）の研究，増田技術事務所技報，Vol.6, 2020
(http://masudaqe.sakura.ne.jp/pdf/paper_QE_MT_Method_2D_nonlinear_v2.3.pdf)
- 5) 増田雪也：MT システム教育用教材の開発，第 16 回品質工学学会研究発表大会論文集，(2008), pp.298-301