非線形成分を考慮したＴ法の研究

Study of T-Method to mitigate Non-linear Phonomena

有限会社 増田技術事務所　増田 雪也

1. はじめに

Ｔ法[1)]は誰でも気軽に多変量の解析ができる優れた手法である。専用ソフトを必要とせず、MS-Excel でも簡単に解析を行うことができ、近年急速に普及が進んでいる。

Ｔ法の特徴は、信号と項目の関係をゼロ点比例式のＳＮ比で重み付けしていることである。しかし、信号と項目の関係に非線形成分が強く存在すると、Ｔ法の推定精度が悪化するという問題点がある。

そこで本研究では、非線形成分を考慮して、各項目の値を非線形補正する方法を検討した。その結果、従来のＴ法に比べ、推定精度を向上させることができた。

2. 従来のＴ法の問題点

2.1 ＳＮ比による重み付け

Ｔ法の特徴は「ＳＮ比による重み付け」をしていることである。**図１**にこのＳＮ比の概念を示す。信号と項目の関係に対してゼロ点を通る直線を設定し、この直線からのズレを数値化したものが『ゼロ点比例式のＳＮ比（以下「ＳＮ比」と略す）』である。Ｔ法では、このＳＮ比の値を「重み付け」として用いている。ＳＮ比の詳細については、参考文献[1)]を参照されたい。

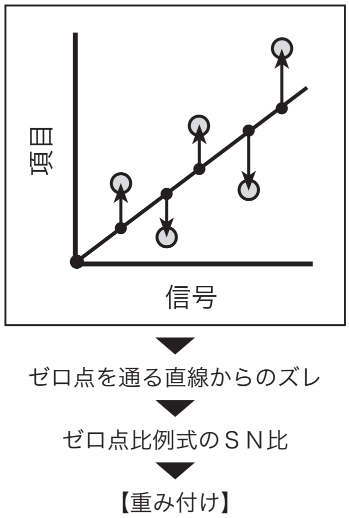

図１　【重み付け】として用いるＳＮ比の概念

図２の３つのグラフ（1）～（3）は、信号と項目の関係における代表的な３つのパターンである。

（1）のグラフでは、信号と項目１の関係は、ばらつきが非常に小さくなっている。項目１のようなデータは、Ｔ法では「活用できるデータ」ということになる。

（2）のグラフでは、信号と項目２の関係は、ばらつきがとても大きくなっている。項目２のようなデータは、Ｔ法では「活用できないデータ」ということになる。

（3）のグラフでは、信号と項目３の関係は、ばらつきがある程度存在している。項目３のようなデータは、Ｔ法では「そこそこ活用できるデータ」ということになる。

多変量の解析での「重み付け」という観点から見ると、（1）は重み付けが重く、（2）は重み付けが軽く、（3）は重み付けが中位である。Ｔ法ではこの「重み付け」の程度をＳＮ比で数値化している。

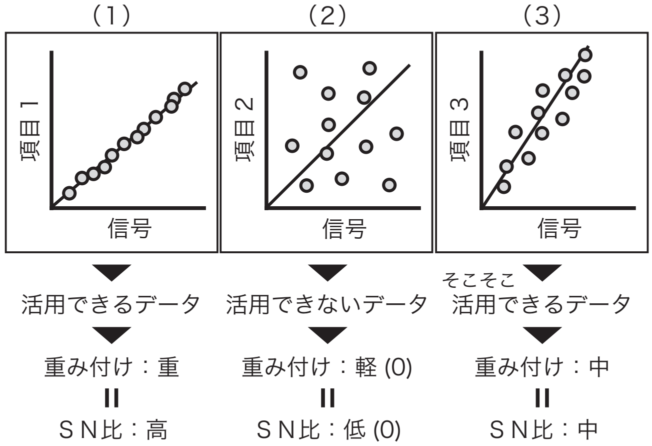

図２　Ｔ法の特徴【重み付け】

Setsuya Masuda (info2qe@abox3.so-net.ne.jp)
Masuda Engineering Consultant Office,Inc.

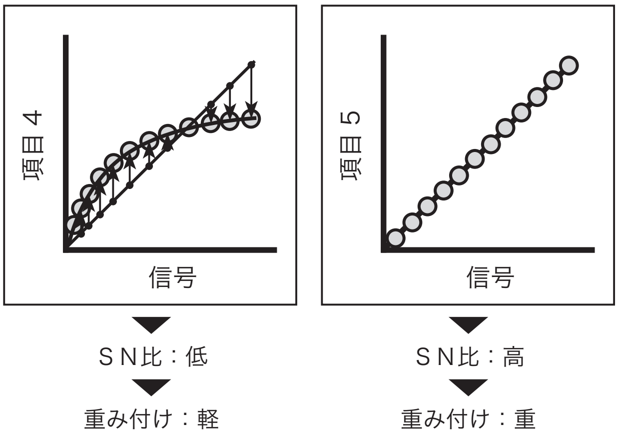

図３　非線形成分の強さとＳＮ比の関係

2.2 非線形成分の強さとＳＮ比

図３に非線形成分の強さとＳＮ比の関係を示す。先ほども述べたように、ＳＮ比はゼロ点を通る直線からのズレを数値化している。よって、左のグラフの様に非線形成分が強い場合は、直線からのズレが大きくなり、ＳＮ比が低くなる。ＳＮ比が低くなれば、重み付けは軽くなってしまう。

一方、右のグラフの様に非線形成分が弱い場合は、直線からのズレ量が小さいため、ＳＮ比は高くなり、重み付けは重くなる。

左のグラフは、確かに非線形成分は強いが、非線形な近似線からのばらつきはかなり小さいため、解析のデータとしては、もっと有効活用できるはずである。しかし、Ｔ法では直線からのズレを評価しているため、このような非線形成分が強い場合は、データを有効に活用することができない。これが従来のＴ法の問題点である。

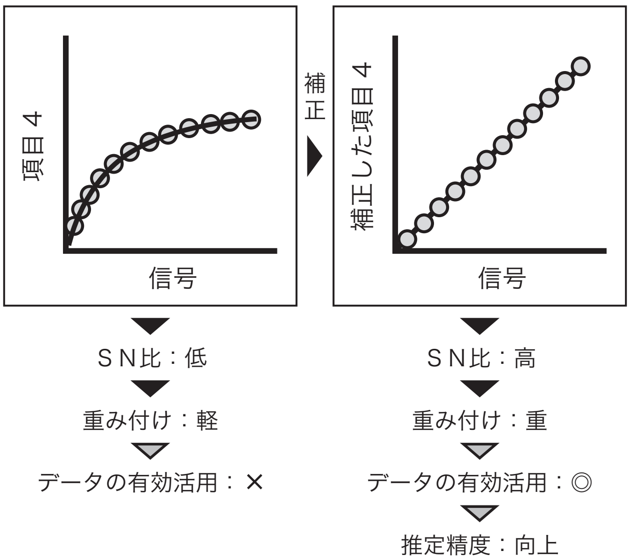

図４　非線形成分を補正する概念とメリット

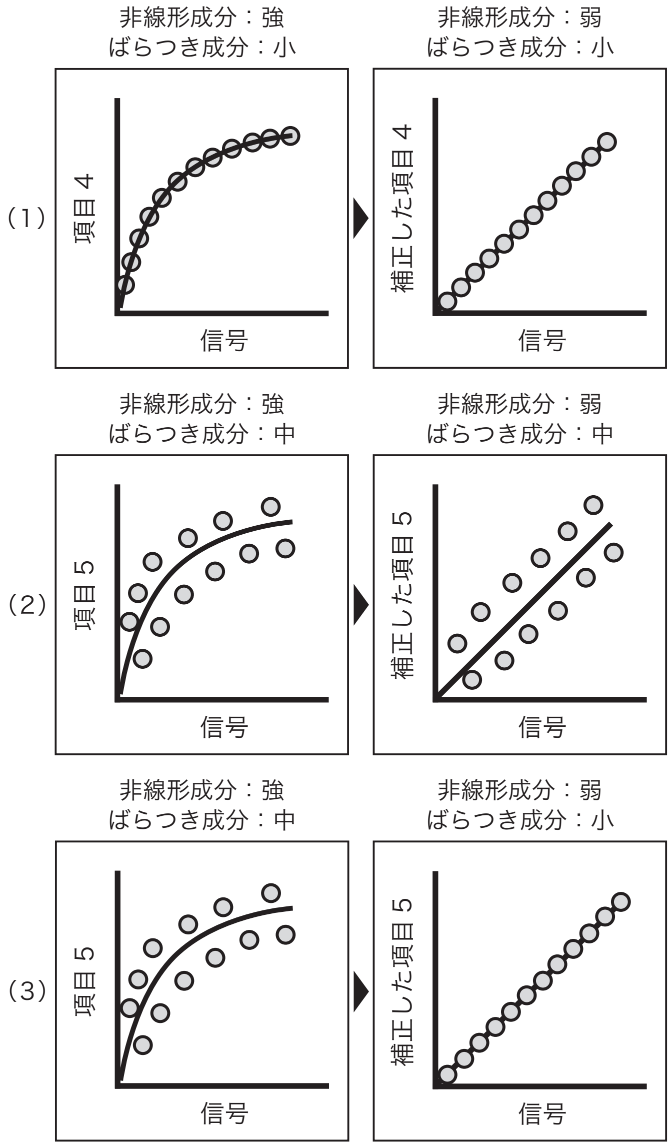

図５　非線形成分とばらつき成分の関係

3. 非線形成分を考慮したＴ法

3.1 非線形成分を補正する概念とメリット

「非線形成分が強い場合、データを有効に活用できない」というＴ法の問題点を解決するために、非線形成分を補正する方法を検討した。**図４**に非線形成分を補正する概念とメリットを示す。非線形成分の強い左側のグラフを、右側のグラフのように非線形補正できたとすると、そのＳＮ比は高くなり、重み付けは重くなる。よって、データを有効に活用することができたことになりＴ法の推定精度は向上する。

3.2 非線形成分とばらつき成分

非線形補正を行う際に注意すべきことは、「ばらつき成分はそのままで、非線形成分のみを補正する」ことである。

図５に非線形成分とばらつき成分の関係を示す。

(1) は、非線形補正することにより、非線形成分は「強」→「弱」、ばらつき成分は「小」→「小」となっている。

(2) は、非線形補正することにより、非線形成分は「強」→「弱」、ばらつき成分は「中」→「中」となっている。

(3) は、非線形補正することにより、非線形成分は「強」→「弱」、ばらつき成分は「中」→「小」となっている。

T 法では、ばらつき成分をＳＮ比として数値化し、重み付けとして活用している。(1) と (2) では「ばらつき成分はそのままで、非線形成分のみを補正する」という理想的な補正ができているが、(3) ではばらつき成分までもが小さくなってしまい、不適切な補正となってしまう。そこで本研究では、(1) と（2) のような理想的な補正ができるような方法を考案した。

3.3 非線形補正の手順

本研究で考案した非線形補正の手順は、以下の通りである。

1）信号値Ｍと項目値 x を２次の多項式で近似する

2）近似した多項式を用いて補正した項目値 x' を求める

表 1 の数値データを用いて、非線形補正する手順を具体的に説明する。「非線形補正する」とは、**表 2** に示すように「補正した項目値 x' を求める」ことである。非線形補正のイメージをグラフにプロットすると、**図 6** のようになる。ばらつき成分はそのままで、非線形成分のみを補正するのである。

表１　手順を説明するための数値データ

信号値 M	2.69	4.62	8.85	12.88	14.62	23.46
項目値 x	13.46	18.65	14.42	20.38	24.23	26.73

表２　数値データ（補正した項目値 x'）

信号値 M	2.69	4.62	8.85	12.88	14.62	23.46
補正した項目値 x'	x_1'	x_2'	x_3'	x_4'	x_5'	x_6'

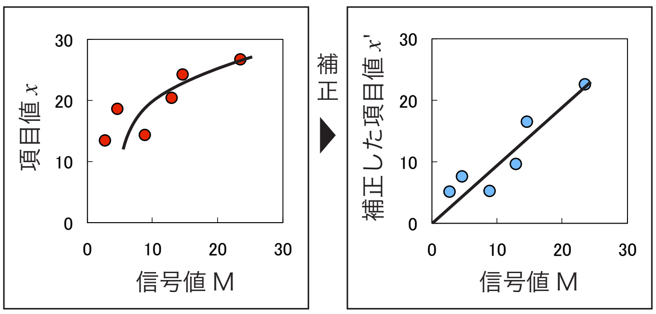

図６　非線形成分を補正する数値モデル

それでは、手順 1）「信号値Ｍと項目値 x を２次の多項式で近似する」について述べる。

まずは**表 3** に示すように、項目値 x の２乗の値 x^2 を求める。次に MS-Excel の「LINEST」関数を用いて、信号値Ｍの多項式を求めると、

$$M = 0.104x^2 - 2.877x + 25.141$$

となる。

この多項式が、**図 6** の左のグラフ上にある近似曲線である。

次に手順 2）「近似した多項式を用いて補正した項目値 x' を求める」について述べる。

■補正した項目値 x_1' の求め方

先ほど求めた多項式に「項目値 x_1=13.46」を代入する。

$$\begin{aligned} M &= 0.104{x_1}^2 - 2.877x_1 + 25.141 \\ &= 0.104 \times 13.46^2 - 2.877 \times 13.46 + 25.141 \\ &= 5.27 \end{aligned}$$

ここで求めた M の値を補正した項目値 x_1' とする。

つまり、

$$x_1' = M$$

よって、

$$x_1' = 5.27$$

となる。

■補正した項目値 x_2' の求め方

補正した項目値 x_2' も同様に求める。先ほど求めた多項式に「項目値 x_2=18.65」を代入する。

$$\begin{aligned} M &= 0.104{x_2}^2 - 2.877x_2 + 25.141 \\ &= 0.104 \times 18.65^2 - 2.877 \times 18.65 + 25.141 \\ &= 7.68 \end{aligned}$$

ここで求めた M の値を補正した項目値 x_2' とする。

つまり、

$$x_2' = M$$

よって、

$$x_2' = 7.68$$

となる。

このようにして、x_1' ～ x_6' まで求めると、**表 4** のようになり、**図 6** のイメージで示した補正となる。

表３　数値データ（項目値を２乗）

信号値 M	2.69	4.62	8.85	12.88	14.62	23.46
項目値 x	13.46	18.65	14.42	20.38	24.23	26.73
項目値 x^2	181.21	347.97	208.03	415.53	587.13	714.53

表４　数値データ（補正して求まった項目値 x'）

信号値 M	2.69	4.62	8.85	12.88	14.62	23.46
項目値 x	13.46	18.65	14.42	20.38	24.23	26.73
補正した項目値 x'	5.27	7.68	5.29	9.74	16.53	22.60

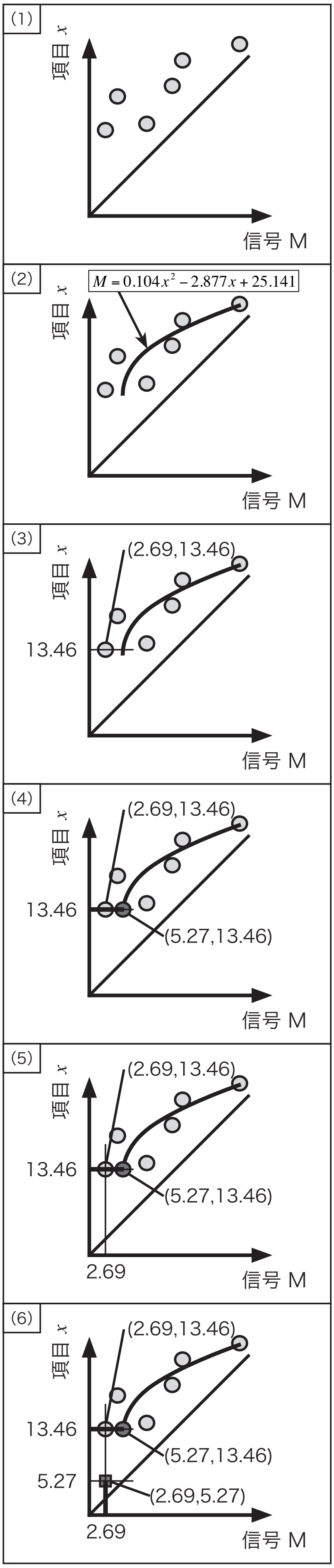

図７　【図解】非線形成分を補正する手順

3.4 非線形補正の手順【図解】

非線形補正する手順をより分かりやすくイメージできるように、手順の図解を**図７**に示す。

（1）**表１**で示したデータをプロットする。

（2）MS-Excelの「LINEST」関数を用いて多項式を求める。

（3）$(M_1,x_1)=(2.69,13.46)$についての補正値x_1'をこれから求めることにする。まずは$x=13.46$の位置に水平にラインを描く。

（4）「$x=13.46$のライン」と「先ほど求めた多項式」との交点座標を求めると(5.27,13.46)となる。

（5）M=2.69の位置に垂直にラインを描く。

（6）M=2.69のライン上のx=5.27の座標(2.69,5.27)が補正した項目値x_1'となる。

以上のような図解の手順でx_1'〜x_6'を求めていく。

4. 非線形成分を考慮したＴ法の事例

非線形成分を補正する有効性を検証するため、実際の事例で解析した結果を２つ紹介する。

4.1 事例１「我が家の電気使用量を推定する」

Ｔ法を用いて「我が家の電気使用量は推定できるか？」、推定できるとしたら「我が家の電気使用量には何が効いているのか？」を検討した事例である。

図８に示すように、信号は「月毎の電気使用量」である。項目は、「平均気温」、「平均最高気温」、「平均最低気温」、「平均降水量」、「平均風速」、「ガス使用量」、「旅行日数」の合計８つである。

36ヶ月分（2004年９月から2007年８月）のデータを用いて、Ｔ法の解析を行った結果を**図９**に示す。グラフの横軸は信号の真値、つまり実際の電気使用量である。縦軸はＴ法で推定した電気使用量の値である。ゼロ点を通る直線上にデータがプロットされれば、精度の良い推定が行えたことになる。この推定精度の良し悪しを、「総合推定のＳＮ比[1)]」として算出すると、従来のＴ法では「-2.62db」、非線形成

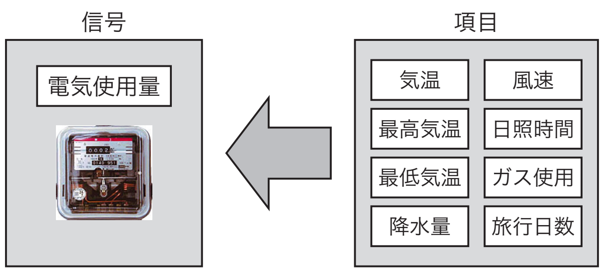

図８　事例１「我が家の電気使用量を推定する」

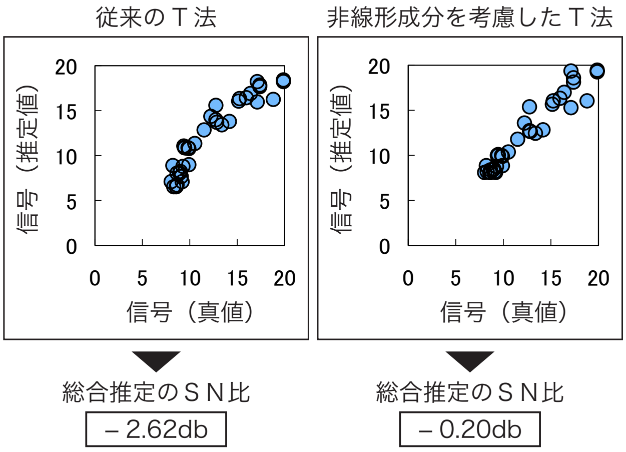

図９　事例１の推定結果の比較

分を考慮したＴ法では「-0.20db」となった。「非線形成分を考慮する」という計算上の工夫により、推定の精度が 2.42db 向上したことになる。「2.42db の向上」とは、ばらつきが 25％低減されたことを意味している。

図 10 に各項目のＳＮ比を示す。ＳＮ比が高いほど重み付けが重くなっており、すなわち「効いている項目」ということになる。棒グラフの左（黄色）は従来のＴ法、右（緑色）は非線形補正したＴ法のＳＮ比である。項目１「平均気温」と項目２「平均最高気温」と項目３「平均最低気温」は、非線形補正した方がＳＮ比が高くなっており、非線形補正した効果が現れている。その他の項目については、ほぼ同じＳＮ比となっていた。

それではこの３つの項目について、非線形補正前と後の生データをグラフにプロットし、非線形成分が実際に補正されているのかを視覚的に検証してみることにする。

図 11 に項目１「平均気温」のデータを示す。非線形補正前のデータには非線形成分が確認できるが、非線形補正後は非線形成分が軽減されている。この時のＳＮ比が「0.52」から「0.93」へと向上していることから、非線形補正の効果が現れていることがわかる。

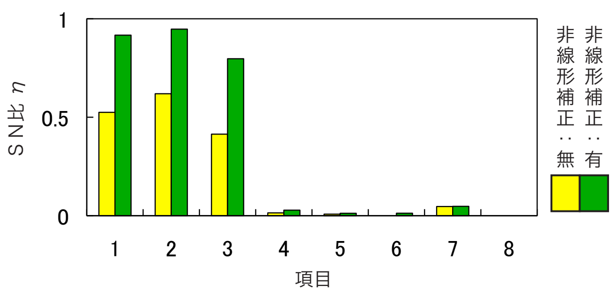

図 10　各項目のＳＮ比（事例その１）

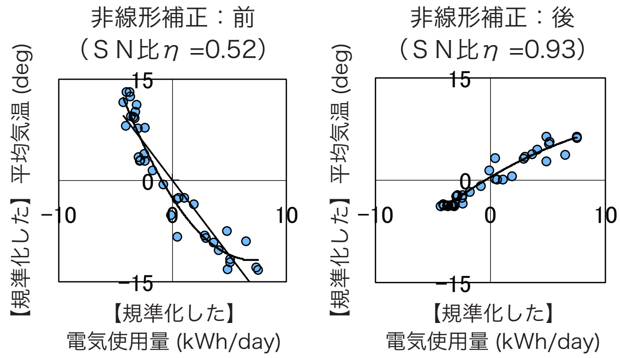

図 11　項目１「平均気温」の比較

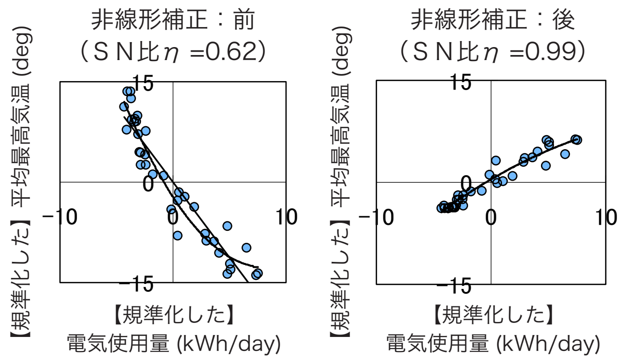

図 12　項目２「平均最高気温」の比較

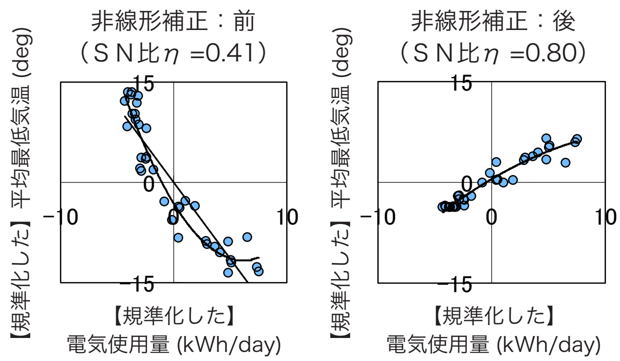

図 13　項目３「平均最低気温」の比較

図 12 に項目２「平均最高気温」、**図 13** に項目３「平均最低気温」のデータを示す。項目１「平均気温」の場合と同じように、非線形補正の効果が現れていることがわかる。

以上まとめると、事例１『我が家の電気使用量を推定する』では、非線形成分を考慮したことにより、総合推定のＳＮ比が 2.42db 向上し、推定精度を向上させることができた。

4.2 事例２「我が身の体重を推定する」

Ｔ法を用いて「我が身の体重は推定できるか？」、推定できるとしたら「我が身の体重には何が効いているのか？」を検討した事例である。

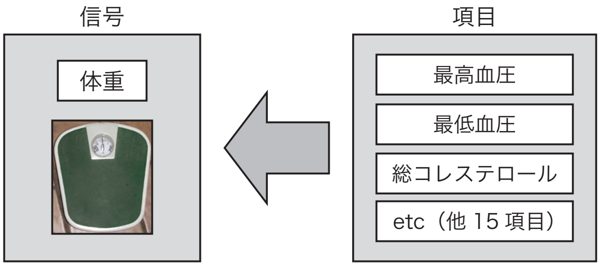

図 14　事例２「我が身の体重を推定する」

図 14 に示すように、信号は「体重」である。また項目数は 18(最高血圧、最低血圧、総コレステロール量、善玉コレステロール量、悪玉コレステロール量、動脈硬化指数、HDL/LDL、中性脂肪量、血糖値、尿酸値、GOT、GPT、γ -GPT、赤血球数、血色素量、ヘマトクリット値、白血球数、クレアチニン) である。12 年分（1993 年から 2007 年）の健康診断時のデータを用いて、T 法の解析を行った結果を**図 15** に示す。グラフの横軸は信号の真値、つまり実際の体重である。縦軸は T 法で推定した体重の値である。ゼロ点を通る直線上にデータがプロットされれば、精度の良い推定が行えたことになる。この推定精度の良し悪しを、「総合推定のＳＮ比 [1]」として算出すると、従来の T 法では「-7.41db」、非線形成分を考慮した T 法では「-4.85db」となった。「非線形成分を考慮する」という計算上の工夫により、推定の精度が 2.56db 向上したことになる。「2.56db の向上」とは、ばらつきが 25％低減されたことを意味している。

図 16 に各項目のＳＮ比を示す。ＳＮ比が高いほど重み付けが重くなっており、「効いている項目」ということになる。棒グラフの左（黄色）は従来の T 法、右（緑色）は非線形補正した T 法のＳＮ比である。項目 5、6、8、9、13 は、非線形補正した方がＳＮ比が高くなっており、非線形補正した効果が現れている。なお、その他の項目については、非線形補正した方がＳＮ比が低くなっている項目は無かった。

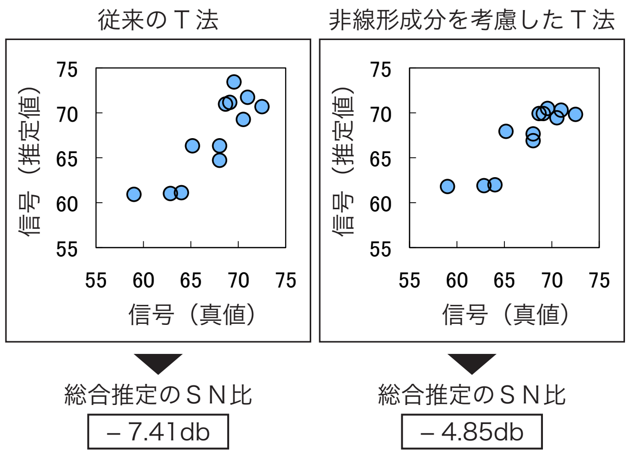

図 15　事例２の推定結果の比較

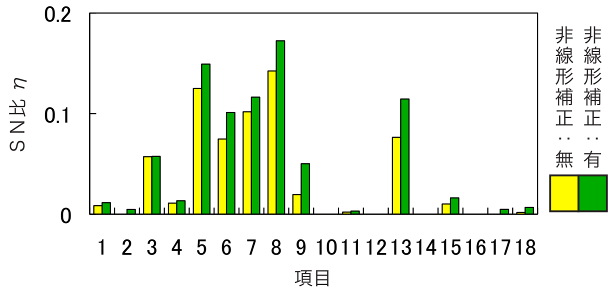

図 16　各項目のＳＮ比（事例その２）

それでは代表的な３つの項目について、非線形補正前と後の生データをグラフにプロットし、非線形成分が実際に補正されているのかを視覚的に検証してみることにする。

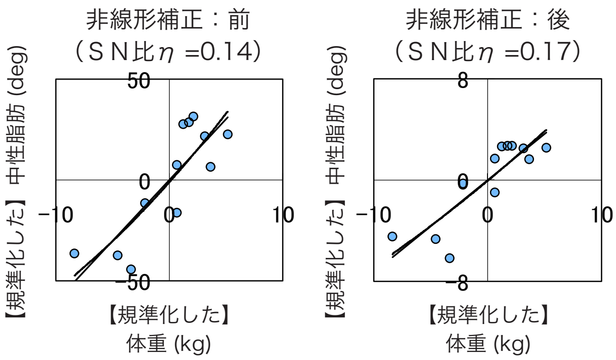

図 17　項目８「中性脂肪」の比較

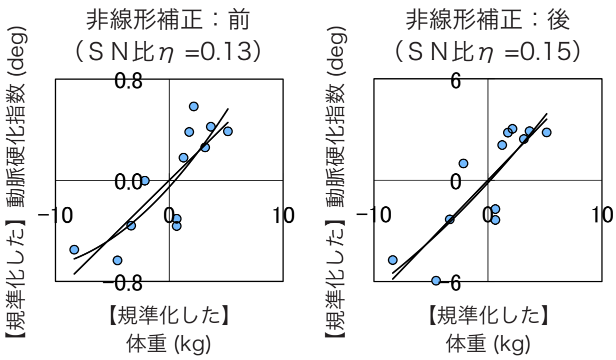

図 18　項目５「動脈硬化指数」の比較

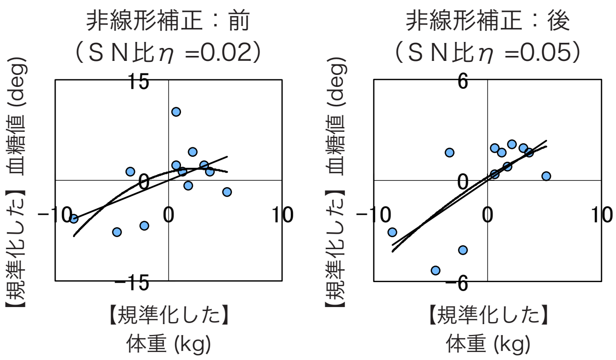

図 19　項目９「血糖値」の比較

図 17 に項目８「中性脂肪」のデータを示す。非線形補正前のデータには、わずかに非線形成分が確認できるが、非線形補正後に非線形成分がどの程度軽減されたかについては微妙である。そこで、ＳＮ比を見てみると、「0.14」から「0.17」へと向上していることから、わずかではあるが非線形補正の効果が現れていることがわかる。

図 18 に項目５「動脈硬化指数」、**図 19** に項目９「血糖値」のデータを示す。項目８「中性脂肪」の場合よりも、非線形補正の効果がより大きく現れていることがわかる。

以上まとめると、事例２『我が身の体重を推定する』では、非線形成分を考慮したことにより、総合推定のＳＮ比が 2.56db 向上し、推定精度を向上させることができた。

5. さいごに

今回の研究では、T 法の推定精度を向上させるため、非線形成分を補正する方法を考案した。その結果、非線形成分が存在する場合は、推定精度を向上させることが可能となった。

非線形成分が弱い場合は、非線形補正する効果は低く、この方法を導入するメリットは小さい。しかし、解析前に非線形性の強弱について確認する作業は手間がかかるため、非線形成分の強弱によらず適用できるこの方法は、とても便利な方法であると言える。

■参考文献

1) 田口玄一：目的機能と基本機能 (6), 品質工学 ,Vol.13,No.3,pp.309-314,2005